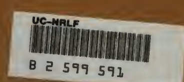


Die

Alfonsinischen Tafeln

für

den Gebrauch eines modernen Rechners.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT

ZU BERLIN.

Von

Alfred Wegener
aus Berlin.

Tag der Promotion: 4. März 1905.

Referenten:
Prof. Dr. **Bauschinger**.
Prof. Dr. **Förster**.

Druck von E. Ebering, G. m. b. H., Berlin NW., Mittelstr. 29.

Meinen Eltern.

Einleitung.

Die Entstehung des kastilianischen Originals der Alfonsinischen Tafeln wird meist auf das Jahr des Regierungsantritts Alfons X. von Castilien 1252 gelegt, obwohl diese Ueberlieferung wenig sicher ist und manche Anzeichen dafür sprechen, dass die Tafeln erheblich später, in den sechziger oder gar erst siebziger Jahren des 13. Jahrhunderts entworfen worden sind. Eine grössere Verbreitung haben aber erst die lateinischen Bearbeitungen des folgenden Jahrhunderts gewonnen, namentlich diejenige Johanns von Sachsen, welche in das Jahr 1331 gesetzt wird. Diesen Zeitpunkt wird man daher als Beginn der Periode betrachten können, in der die Alfonsinischen Tafeln eine allgemeine Anwendung fanden. Bis zur Einführung der Buchdruckerkunst in der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts entstanden eine grosse Zahl von lateinischen Handschriften, von denen sich gegenwärtig fast in allen grossen Bibliotheken Europas Exemplare vorfinden. Gedruckt wurden die Tafeln zum ersten Male in Venedig 1483, sodann 1487, ferner zu Augsburg 1488, und wiederum zu Venedig in den Jahren 1490, 1492, 1512, 1517, 1518, 1521, 1524, 1534. Endlich erschienen 2 weitere Ausgaben zu Paris 1545 und 1553. Den ersten Rang nahmen die Alfonsinischen Tafeln bis zum Jahre 1551 ein, in welchem die Prutenischen Tafeln des Erasmus Reinhold, die bereits nach der Kopernikanischen Theorie entworfen waren, zum ersten Male im Druck erschienen. In der Folgezeit wurden zwar die Prutenischen Tafeln meist vorgezogen, doch blieben daneben die Alfonsinischen noch vielfach im Gebrauch. Auch ist zu beachten, dass manche der damals entstandenen Tafeln, z. B. die Tabulae resolutae Schoners, nur Umrechnungen der Alfonsinischen darstellen.[1]) Die Gregorianische Kalenderreform

1. Schoner schlug für die Tabulierung der mittleren Bewegungen denselben Weg ein, den auch Verfasser bei seiner Umrechnung gegangen ist. Es braucht aber wohl nicht hervorgehoben zu werden, dass Schoners Tafeln

(1582) scheinen sie aber nur in Spanien überdauert zu haben, wo noch 1641, also 14 Jahre nach Erscheinen der Rudolfinischen Tafeln Keplers, eine neue Ausgabe zu Madrid erschien.

Angesichts dieser bedeutenden, wegen unserer unvollständigen Kenntnis der Handschriften und Drucke dieses Werkes wohl noch immer etwas unterschätzten Verbreitung, welche die Alfonsinischen Tafeln während reichlich 250 Jahren in Europa besessen haben, ist es sicherlich für mancherlei geschichtliche Untersuchungen von Wert, auch heute noch nach ihnen Planetenörter rechnen zu können. Gegenwärtig setzt aber eine Benutzung der alten Druckausgaben, die überdies trotz ihrer grossen Zahl allmählich selten geworden und jedenfalls nur in grösseren Bibliotheken vorhanden sind, stets ein mühsames Vorstudium der oft knappen und schwer verständlichen lateinischen Anleitungen, die sich in ihnen selbst finden, voraus, oder aber, wenn man sich mit den rein mechanischen Rechnungsvorschriften nicht begnügt, ein noch zeitraubenderes und mühsameres Studium der alten von Peurbach und anderen herrührenden Darstellungen der Theorie aus dem 16. Jahrhundert. Zieht man dazu die Unbequemlichkeit in Betracht, welche durch das in den Tafeln verwendete Sexagesimalsystem verursacht wird, das mit einer heute ungebräuchlichen Konsequenz bei der Winkelteilung, ganz entgegen dem heutigen Gebrauche aber auch bei der Zeit durchgeführt ist, so wird für einen modernen Rechner, der mit der Terminologie der alten, geocentrischen Theorie nicht hinreichend vertraut ist, die Rechnung eines Planetenortes nach den lateinischen Drucken des 15. und 16. Jahrhunderts mit recht erheblichen Schwierigkeiten verknüpft sein.

Die vorliegende Arbeit hat den Zweck, diese Schwierigkeiten möglichst zu beseitigen. Zu diesem Ziele schien es geboten, einmal die Tafeln selbst auf eine gegenwärtig geläufigere Form umzurechnen, namentlich also das schwerfällige Sexagesimalsystem zu beseitigen, ausserdem aber eine Erläuterung der Theorie zu geben, aus der sich die Rechnungsvorschriften ableiten lassen.

Der Umrechnung wurde die letzte Ausgabe der Alfonsinischen Tafeln, Paris 1553 (Paschasius Hammellius) zu Grunde gelegt,

---

aus anderen Gründen für die vorliegende Arbeit keinerlei Nutzen gewähren konnten.

doch lagen Verfasser daneben noch 4 Venediger Ausgaben von den Jahren 1483, 1492, 1518 und 1524 vor. In allen diesen Ausgaben stimmen die Planetentafeln bis auf die allerdings zahlreichen Druckfehler vollkommen überein. Bei der Darstellung der Theorie wurden ausser diesen 5 Tafelausgaben namentlich auch die von Reinhold commentierten „Theoricae novae planetarum Purbachii", Ausgabe 1542, sowie die „Quaestiones" des Vurstisius über das gleiche Thema benutzt, welche vielfach auf die Alfonsinischen Tafeln Bezug nehmen und darum nicht mit Unrecht als der Text derselben bezeichnet worden sind. Dagegen verdient es hervorgehoben zu werden, dass die 1863—67 von der Akademie der Wissenschaften zu Madrid herausgegebenen „Libros del saber de astronomia del Rey D. Alfonso X. de Castilla etc." für die vorliegende Arbeit keinen Nutzen gewähren konnten. Im IV. Bande dieses Werkes ist allerdings der kastilianische Originaltext der Tafeln enthalten, allein die ebendort irrtümlich als „fragmentos numericos de las taulas Alfonsies" abgedruckten Zahlentabellen stellen eine besondere, auf der Tabulierung von Perioden beruhende Art von Ephemeriden dar, die später als „Almanach perpetuum" bezeichnet wurde, und die mit dem Original der Alfonsinischen Tafeln nichts zu tun hat. Im übrigen ist der Inhalt der spanischen Publikation nicht den Planetentafeln, sondern einem neuentdeckten Sammelwerk Alfons X über die astronomischen Instrumente gewidmet.[1a])

Bemerkungen über die Umrechnung.

Den Hauptgegenstand der Umrechnung bilden die Tafeln der mittleren Bewegungen, bei welchen die ursprüngliche Form ganz aufgegeben werden musste. In den alten Drucken ist nämlich jede mittlere Bewegung zerlegt in den Stand des betreffenden Winkels zur Fundamentalepoche, die sogen. radix, und die eigentliche Bewegung von dieser Epoche bis zum Datum. Die Tafeln geben nur die letztere, so dass man zum Tafelwert noch die radix zu addieren hat, um den gesuchten Stand des Winkels für das Datum zu erhalten. Durch diese Trennung der radix von der Bewegung ist die eigentümliche Einrichtung jener Tafeln ermöglicht.

1a. Vergl. meine Abhandlung: „Die astronomischen Werke Alfons X.", welche demnächst in Bibliotheca Mathematica, Zeitsch. f. Gesch. d. Math., erscheinen wird.

Das Tafelargument, d. i. die von der Fundamentalepoche (Christus) bis zum Datum verflossene Zeit, ist nämlich zuvor in einem Sexagesimalsystem auszudrücken, dessen Grundeinheit der Tag ist, von welchem nach oben und unten neue sexagesimale Einheiten gebildet werden. So ist z. B. für des Datum 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s dies Tafelargument gleich 2^4 29^3 49^2 32^d 15^m 4^2 0^3, wobei die 32 Tage bedeuten, während $1^2 = 60^d$ und $1^m = {}^1/_{60}{}^d$ ist, etc. Vermöge dieser Massnahme braucht man für jede mittlere Bewegung nur eine einzige Tafel, deren Argument von 0 bis 60 läuft. Man geht nämlich nacheinander mit den verschiedenen Grössenordnungen des Arguments in die Tafel ein, in unserem Beispiel zuerst mit der 2, dann mit der 29, u. s. w., wobei man die Benennung der Tafelwerte jedesmal um eine sexagesimale Stelle weiterschiebt. Durch Summieren der Einzelwerte erhält man dann den Tafelwert für das Gesamtargument.

Diese Einrichtung wurde ganz aufgegeben, und die mittleren Bewegungen wurden in der heute üblichen Form tabuliert, welche keiner Erläuterung bedarf.[2])

Die Tafeln der aequationes oder Ungleichheiten dagegen wurden so gut wie ungeändert übernommen, indem daselbst lediglich die Winkel in Dezimalteilen des Grades gegeben sind, statt in dem ursprünglichen, streng durchgeführten Sexagesimalsystem, bei dem der Kreis in 6 signa[3]) zerfällt, und ausser minuta prima und secunda des Grades auch noch minuta tertia, quarta etc. gebildet werden. Auch wurde statt adde und minue das positive und negative Vorzeichen eingeführt. Überall wo die alten Drucke nur die Minute geben, wurde bei der vorliegenden Arbeit der Hundertstelgrad, wo Sekunden, der Tausendstelgrad mitgenommen. Da diese Grössen etwas kleiner sind als die ursprünglichen, so verlaufen naturgemäss die Differenzen in den umgerechneten Tafeln der aequationes noch ungleichmässiger als in den Originalen. Von einer Ausgleichung wurde indessen Abstand genommen, da die

---

2. Die heutige Einrichtung ist auch in dem oben erwähnten Kastilianischen Originaltext vorausgesetzt, so dass das genannte sexagesimale Zeitsystem erst bei einer späteren Umrechnung eingeführt sein dürfte.

3. In den Alfonsinischen Tafeln werden mit wenigen Ausnahmen, wo aus ökonomischen Rücksichten die älteren signa communia (zu 30°) beibehalten sind, überall signa physica (zu 60°) verwendet.

Absicht des Verfassers lediglich dahin ging, eine möglichst vollkommene Übereinstimmung mit den aus den alten Ausgaben resultierenden Örtern zu erzielen. Korrigiert sind dagegen in der vorliegenden Arbeit alle mit einem Sternchen versehenen Zahlen, bei welchen ein offenbarer Druckfehler vorlag.

Die Gregorianische Kalenderreform ist in den Tafeln nicht berücksichtigt, und es ist daher stets mit julianischen Jahren zu rechnen. Es wurde bereits eingangs darauf hingewiesen, dass die Alfonsinischen Tafeln nach Einführung des neuen Kalenders nur noch sehr vereinzelt im Gebrauch waren.

Von den zahlreichen in den alten Drucken vereinigten astronomischen Tafeln wurden nur diejenigen ausgewählt, welche zur Berechnung der Planetenörter dienen, während alle übrigen, z. B. die Tafeln der Stationen und Retrogradationen, die Oppositionstafeln, die Finsternistafeln, der Fixsternkatalog u. s. w. fortgelassen wurden.

Für die technischen Ausdrücke der alten Theorie erschien es am zweckmässigsten, die lateinischen Vokabeln unverändert bestehen zu lassen, ohne sie durch die zum Teil für sie vorhandenen deutschen zu ersetzen. Verfasser glaubte dadurch einmal Unklarheiten und Zweideutigkeiten aus dem Wege zu gehen, und andererseits einen vollkommeneren Anschluss an die alten Tafeln zu erzielen und dadurch auch ein Verständnis der letzteren auf Grund dieser Arbeit zu erleichtern. Zur schnellen Orientierung über die Bedeutung dieser lateinischen Vokabeln siehe die alphabetische Übersicht am Schluss des Textes.

Die Fundamentalepoche der Tafeln.

Die Fundamentalepoche der Tafeln ist der Jan. 0.0 des Jahres 1. Für diesen Zeitpunkt gelten in den alten Ausgaben die radices incarnationis, desgleichen ist dort das Tafelargument für alle mittleren Bewegungen die von dieser Epoche bis zum Datum verflossene Zeit, und endlich ist an den Tafelörtern stets die Praecession von dieser Epoche bis zum Datum anzubringen.

Da dies offenbar für den Gebrauch der Tafeln eine grund-

legende Frage ist, so möge hier der ausführliche Nachweis folgen.

Bezeichnend für die Knappheit des Textes gerade in den späteren Ausgaben ist es, dass sich weder diejenige vom Jahre 1524 noch die von 1553 über diesen Punkt überhaupt ausspricht. Dagegen ist gleich in der ältesten Ausgabe vom Jahre 1483 zu lesen: „Sciendum quod radix alicuius motus nihil aliud est quam locus circuli signorum, in quo fuerit ille motus in principio illius aerae, cuius est radix. Verbi gratia in tabula radicum solis, radix incarnationis Christi est quattuor signa 38 gr. 21′, hoc est dicere ubi terminatur numerus in zodiaco incipiendo computum ab ariete: ibi fuit linea medii motus solis tempore Christi in meridie ultimi diei decembris: sive in principio ianuarii."

Die Ausgabe 1492 hat dasselbe noch etwas weiter ausgeführt: „. . . incipiendo computum ab ariete in meridie ultimi diei Decembris: sive in principio Januarii. Ibi enim dies Januarii primus incipit in meridie: et in sequenti proximo sui ipsius desinit meridie: Dies namque semper a meridie diei praecedentis incipiendo usque in proximum sequentis diei meridiem durat more astronomico: et idcirco potius in meridie, quod pars sit nobilior diei: propter vim magnam et fortitudinem solis: qua radius suus fortius et validius in haec inferiora infigitur: cum sit perpendicularis in illa parte diei."

Denselben Wortlaut hat auch die Ausgabe 1518. Dort wird des weiteren ein Beispiel für die „era anni currentis 1492 currente die 20. Junii, hora 14, min. 36" gegeben. Die Stunden sind dabei post meridiem gezählt, was zwar nicht besonders hervorgehoben ist, aber schon aus den Tafelüberschriften (z. B. „horas tuas post meridiem aequare" und anderen) hervorgeht. Die von der Fundamentalepoche bis zu diesem Datum verflossene Zeit wird in Übereinstimmung mit den vorangehenden Angaben zu 1491 Jahren, 5 Monaten, 20 Tagen, 14 Stunden, 36 Minuten angegeben.[4])

---

4. Es herrschte im 16. Jahrhundert offenbar kein einheitlicher Gebrauch in Bezug auf den Jahresanfang, wodurch die Wichtigkeit der obigen Angaben noch erhöht wird. Schoner legte ihn wie die Alfonsinischen Tafeln auf den Mittag des bürgerlichen 31. Dezembers, Reinhold dagegen auf die Mitternacht zwischen dem 31. Dezember und dem 1. Januar. Der erstere schreibt in seinem Buche „aequatorii astronomici etc. canones" vom Jahre 1524: „Diversi etiam astronomi diversimode annum inchoant. In hoc etiam

Ueber die anzubringenden Correctionen.

1. Längendifferenz.

Da die Alfonsinischen Tafeln auf den Meridian von Toledo bezogen sind, so hat man die gegebene Ortszeit eines beliebigen Ortes noch um die Längendifferenz gegen Toledo zu korrigieren, bevor man mit ihr die Rechnung durchführt. Zu diesem Zwecke geben die alten Ausgaben eine Tabelle der geographischen Positionen der hauptsächlichsten Städte Europas, welche nicht reproduziert wurde. Die heutigen Coordinaten von Toledo sind: $\varphi = 39^0\ 52'\ 24''$, $\lambda = 15^m\ 57^s$ westl. Greenwich.

2. Zeitgleichung.

Um aus der wahren die mittlere Ortszeit zu erhalten, hat man die Zeitgleichung anzubringen. Die älteste Ausgabe der Alfonsinischen Tafeln enthält keine Zeitgleichungstabelle und setzt also voraus, dass diese Correction, welche übrigens nur beim Monde einen merklichen Betrag erreicht, bereits angebracht ist. Alle späteren Ausgaben enthalten aber eine „tabula aequationis dierum", welche in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht reproduziert wurde, obwohl sie einen bemerkenswerten Unterschied gegen unsere heutigen Zeitgleichungstabellen zeigt. Die Zeitgleichung ist dort nämlich stets von der wahren Zeit zu subtrahieren, um die mittlere zu erhalten. Die Tafelwerte zeigen dabei gegen unsere heutigen

---

opere annum a Januario Romanorum more inchoamus, diem vero a meridie diei praecedentis initiamus, et in meridie diei sequentis finimus." Und ebenso in seinen Tabulae resolutae: „Principium autem currentis anni secundum practicantes motus pro anno Romanorum fit semper in meridie ultimae diei decembris". Bei dem dort gegebenen Zahlenbeispiel: „invenire medium motum solis anno domini currente 1502 ad 4. diem mensis Aprilis, hora 17 minut.34 secund.10 transactis ad meridianum Noribergensem" wird demgemäss das Tafelargument (verflossene Zeit) zu 1501 Jahre, 3 Monate, 4 Tage, 17 Stunden etc. angegeben.

Dagegen sagt Reinhold in seinen Tabulae Prutenicae: „Primum quod aequalium motuum Epochae aliae ex meridie, aliae a media nocte initium capiant, a meridie quidem has tres: Olympiadum, Nabonassari, et Alexandri, sed a media nocte antecedenti reliquae duae, C. Caesaris et Christi, Domini ac Salvatoris nostri". Und nochmals: „Initium vero anni Juliani similiter et Christi non pendet a meridie Calendarum Januarii, sed a media nocte antecedenti iuxta Romanorum consuetudinem". Entsprechend wird in einem Beispiel für das Datum 1490 Mai 17, 10^h a. m. das Tafelargument zu 1489 Jahren, 4 Monaten, 16 Tagen, 10 Stunden angegeben.

eine konstante Differenz von rund 16^m so dass alle Werte über Null liegen. Der Verlauf der Zeitgleichung ist, abgesehen von diesem konstanten Zuschlag, derselbe wie bei uns, und das absolute Maximum beträgt 32^m 52^s, also nur wenig mehr als der Gesamtausschlag unserer heutigen Zeitgleichung. Wie man sieht, läuft diese Massnahme lediglich auf eine geänderte Definition der mittleren Zeit hinaus; eine Uhr, welche die Alfonsinische mittlere Zeit angiebt, geht um den konstanten Betrag von 16^m gegen eine nach der heutigen mittleren Zeit eingestellte nach. Da nun die radices incarnationis der Tafeln für den Alfonsinischen mittleren Mittag des 0. Jan. des Jahres 1 gelten, so hätte man, um die Tafeln unter Verwendung unserer heutigen Zeitgleichung unmittelbar brauchbar zu machen, von jeder radix diejenige Grösse zu subtrahieren, welche von der betreffenden Bewegung in diesen 16^m zurückgelegt ist, eine Correction, welche beim Monde immerhin den Zehntelgrad überschreiten würde. Es erschien indessen zweckmässiger, die in den Tafeln gegebenen radices beizubehalten und lieber in den wenigen Fällen, wo es nötig ist, mit der Alfonsinischen Zeitgleichung zu rechnen.

Um also aus einer gegebenen wahren Ortszeit die in den Tafeln zu verwendende mittlere Zeit zu erhalten, entnimmt man aus einer heutigen Zeitgleichungstabelle die Zeitgleichung des Datums, wobei eine sehr rohe Näherung genügt, addiert zu ihr 16^m, so dass ein stets positiver Wert herauskommt und hat so mit hinreichender Genauigkeit die Alfonsinische Zeitgleichung, welche stets von der gegebenen wahren Zeit zu subtrahieren ist, um die mittlere zu erhalten.[5])

5. Da diese stets subtraktive Zeitgleichung immerhin etwas merkwürdiges darstellt, dessen Berechtigung nicht leicht einzusehen ist, zitieren wir Reinhold, der in seinen prutenischen Tafeln eine Uebersicht über die damaligen Methoden, die Zeitgleichung anzubringen, gibt: Auf 3 Arten könne man die wahre Zeit in mittlere verwandeln. Erstens könne man die Zeitgleichung direkt aus wahrem und mittlerem Sonnenort berechnen. Dieselbe sei dann positiv und negativ. Dies sei die beste Art, die aber am meisten Arbeit koste. Zweitens habe man — ex Ptolemaei doctrina — die Zeitgleichung tabuliert, und zwar ebenfalls mit negativen und positiven Werten [... mox excerpes dierum aequationem, quam litera A addendam, S vero subtrahendam esse monet]. Eine solche Tafel gelte streng nur für ein bestimmtes Jahr, könne aber ohne erheblichen Fehler bis zu einem Jahrhundert gebraucht

3. Parallaxe.

Eine Parallaxe wird in den Alfonsinischen Tafeln bei der Berechnung der Planetenörter nicht berücksichtigt. Es findet sich in ihnen allerdings eine „tabula diversitatis aspectus lunae", welche eine Parallaxentafel des Mondes darstellt, allein dieselbe befindet sich bei den Finsternistafeln, und aus dem Text geht hervor, dass sie nur zur Berechnung der Finsternisse Verwendung fand. Sie wurde aus diesem Grunde ebenfalls fortgelassen.

4. Praecession.

A. Berechnung der Praecession. Es giebt in den Alfonsinischen Tafeln nur eine Praecession in Länge. Die Gesamtpraecession zerfällt in eine säkulare fortschreitende Bewegung, welche der

---

werden [quorum canones uni tantum seculo citra errorem inserviunt]. Die 3. Art endlich, eben die Alfonsinische, bezeichnet Reinhold als „ex Regiomontani doctrina et recentiorum sententia". Hier ist die Zeitgleichung stets subtraktiv: „ac rite inventam aequationem dierum perpetuo aufer ab apparenti tempore. Ita enim prodibit aequale tempus quo recentiores utuntur". Es heisst weiter: „dicam breviter, quod res est, a paucis etiam, qui inter doctos numerantur, satis animadversum". Um bei der Rechnung von Planetenörtern nach den Alfonsinischen Tafeln nicht immer die unbequeme erste Art der Rechnung nötig zu haben, hätten die „recentiores" eine Zeitgleichungstabelle entworfen, und zwar von der Art, dass der Rechner gleich der Unbequemlichkeit des wechselnden adde und minue enthoben sei: „huic imbecillitati discentium consuluerint, ut sola tantum subtractione perpetuo ac constanter hoc negotium expediretur". Zu diesem Ziele habe man die radices der mittleren Bewegungen etwas geändert. „Hoc est illud, quod Regiomontanus noster docet: si radix temporis posita sit super principium diminutionis, aequationem dierum semper subtrahendam esse, ut ex differentibus (= apparentibus) diebus fiant mediocres . . . Contrarium autem fit, si radix temporis posita fuerit super principium additionis". (Dann wäre nämlich die Zeitgleichung stets zu addieren, um die mittlere Zeit zu erhalten) „Visa est autem eis aptior in hac tractatione via subtractionis quam additionis". Darauf wird ein Beispiel gegeben, wie man die radix einer mittleren Bewegung zu korrigieren hat, damit sie für die 3. Art der Zeitgleichung gilt. Es wird hinzugefügt, dass diese Korrektion nur beim Monde wegen seiner schnelleren Bewegung in Betracht kommt. Reinhold schliesst seine Darlegung mit den Worten: „Haec de via subtractionis, quam recentiores in scholas introduxerunt, commemorare nunc breviter volui, a paucis recte tradita..."

Hiernach sollte man erwarten, dass in der ältesten Ausgabe der Alfonsinischen Tafeln, welche ja keine Zeitgleichungstabelle enthält, die radices der mittleren Bewegungen etwas andere seien als in den späteren Ausgaben, was indessen nicht der Fall ist.

heutigen Praecession entspricht, obwohl sie den Vollkreis erst in 49000 Jahren durchläuft und daher kaum den halben Betrag der unserigen darstellt, und zweitens in eine periodische Ungleichheit oder Trepidation[6]) mit einer Periode von 7000 Jahren. Ist x der Betrag dieser Trepidation, so wird sehr nahe

$$x = 9^0 \sin \alpha$$ [7])

wobei α einen nach Art der mittleren Bewegungen gleichförmig mit der Zeit wachsenden Winkel von der Periode 7000^a bedeutet.

In den alten Ausgaben sind daher zur Berechnung der Praecession 3 Tafeln gegeben, nämlich

a. eine „tabula prima motus medii augium et stellarum fixarum", welcher der säkulare Teil der Praecession von Christus bis zum Datum entnommen wird. Für die Fundamentalepoche selbst ist derselbe Null, so dass man hier keine radix zu addieren hat.

b. eine „tabula secunda medii motus accessus et recessus octavae sphaerae", welcher die Bewegung des Argumentwinkels α entnommen wird, zu welcher noch die zugehörige radix zu addieren ist, um den Stand des Winkels α für das Datum zu erhalten.

c. eine „tabula aequationum motus accessus et recessus sphaerae stellatae", in der der Ausdruck $9^0 \sin\alpha$ tabuliert ist. Dieser Betrag wird zu dem aus a erhaltenen säkularen Teil addiert und gibt so die Gesamtpraecession von Christus bis zum Datum, welche aux communis genannt wird.[8])

---

6. Die Trepidation soll zuerst von Thebit ben Chora im 9. Jahrhundert, nach anderen im 12. Jahrhundert oder gar noch später aufgestellt worden sein, welcher sie fälschlich wegen der scheinbar periodisch sich ändernden Werte der Praezessionsbestimmungen annehmen zu müssen glaubte, während diese Abweichungen in Wirklichkeit nur auf Rechnung der Beobachtungsfehler zu setzen sind. Im Mittelalter spielte die Trepidation eine grosse Rolle, und es wurden verschiedene Theorien über sie aufgestellt, bis sie schliesslich durch Tycho endgültig beseitigt wurde. Thebit hatte eine rein oscillatorische, gar keine tortschreitende Bewegung des Frühlingspunktes angenommen. Die Alfonsinischen Tafeln halten die Mitte zwischen diesem Extrem und der Wahrheit, indem sie ein säkulares Fortschreiten mit einer periodischen Ungleichheit verbinden.

7. Nach Delambre, Hist. d. l'astr. du moy. âge: $\sin x = \sin 9^0 \sin \alpha$.

8. Herr Herz hält im II. Teil seiner Geschichte der Bahnbestimmung irrtümlich die aux communis der Alfonsinischen Tafeln für eine Konstante. Er verwechselt hier — eine Folge der mehrfach erwähnten Knappheit des Textes der alten Ausgaben — das Beispiel mit der allgemeinen Rechnungsvorschrift.

Bei der vorliegenden Umrechnung hat Verfasser diese aux communis direkt für die in Betracht kommenden Jahre von 1250 bis 1650 tabuliert, so dass man sie unmittelbar aus der Tafel I interpolieren kann.[9])

B. Anbringung der Praecession. Die Gesamtpraecession oder aux communis wird in der Weise angebracht, dass das Deferentenapogäum des Planeten, die sogen. aux, damit korrigiert wird. Dies ist auch der Grund, weshalb die Praecession gelegentlich als motus augium bezeichnet wird, denn die Apogäen besitzen mit alleiniger Ausnahme desjenigen des Mondes keine weitere Eigenbewegung, und ihre Länge vom jeweiligen Frühlingspunkt wird daher ebenso wie diejenige der Fixsterne lediglich durch die Praecession beeinflusst. Als Konstante gegeben ist für jeden Planeten die Apogäumslänge für die Fundamentalepoche, die radix augis. Addiert man zu ihr den Praecessionsbetrag bis zum Datum, so erhält man das instantane Apogäum des Datums, die sogen. aux propria. Wir haben also die bei allen zu rechnenden Planetenörtern zur Anwendung gelangende Gleichung:

radix augis + aux communis = aux propria.

Mit dieser aux propria wird die weitere Rechnung des Planetenortes durchgeführt, welche auf diese Weise sofort den auf Praecession korrigierten Ort ergibt, der keiner weiteren Korrektion mehr bedarf.

Aus dieser Anordnung, bei welcher die Praecession nicht an dem fertigen Tafelort, sondern am Apogäum angebracht wird, geht hervor, dass die medii motus, also die vom Frühlingspunkt gezählten mittleren Bewegungen, synodisch zum jeweiligen Frühlingspunkt gemeint sind. Der Winkel zwischen dem unter den Fixsternen unveränderlichen Apogäum und dem Anfangspunkt der Zählung der medii motus ist nämlich stets gleich der variablen aux propria, woraus unmittelbar hervorgeht, dass dieser Anfangspunkt der medii motus der veränderliche jeweilige Frühlingspunkt ist. Es ist allerdings zu beachten, dass durch die ungleichförmige

9. In den letzten Ausgaben der Alfonsinischen Tafeln ist auch eine Praecessionstafel des Blanchinus aufgenommen, in welcher ebenfalls die aux communis direkt von 60 zu 60 Jahren gegeben ist. Diese Tafel ist in einem merkwürdigen Optimismus bis zum Jahre 7000 n. Chr. ausgedehnt, wo die Periode der Ungleichheit geschlossen ist.

Bewegung des Frühlingspunktes unter diesen Umständen auch die Gleichförmigkeit der mittleren Bewegungen beeinträchtigt wird, doch hat man diesen Einfluss offenbar vernachlässigt.

Die Alfonsinische Planetentheorie.

Die Alfonsinischen Tafeln stehen noch völlig auf dem Boden der Ptolemäischen Theorie. Die Zahlenwerte sind grösstenteils verbessert, aber der Mechanismus der Theorie ist derselbe wie bei Ptolemäus. Daher ist naturgemäss von Störungen nicht die Rede, vielmehr wird jeder Planet völlig für sich betrachtet, und seine Bahn um die ruhend gedachte Erde wird durch eine Kombination von Kreisbewegungen dargestellt. Auch wird die Längenbewegung ganz unabhängig von der Breitenbewegung betrachtet, indem für die erstere angenommen wird, dass alle Bewegungen sich in der Ekliptikalebene vollziehen, und die Neigungen der verschiedenen Kreise gegen die Ekliptik erst zur Berechnung der Breite herangezogen werden.

Um die Ungleichheiten der Bewegung geometrisch darzustellen, gibt die Theorie folgende Mittel an die Hand:

1. Den excentrischen Kreis. Indem die Erde etwas aus dem Mittelpunkt der Kreisbahn herausgerückt wird, so dass ein Perigäum und Apogäum entsteht, wird bewirkt, dass eine in Wahrheit auf dem Kreise gleichförmig verlaufende Bewegung von der Erde aus als ungleichförmig wahrgenommen wird. Dies Mittel findet sich bei allen Planeten angewendet, es reicht jedoch nur bei der Sonne aus, um die Bewegung vollständig darzustellen, während alle anderen Planeten noch weiterer Vorrichtungen bedürfen.

2. Den Epicykel. Man lässt den Planeten nicht unmittelbar auf der Peripherie des excentrischen Kreises entlang laufen, sondern erst wieder auf der Peripherie eines kleinen Kreises oder Rades, dessen Mittelpunkt auf dem excentrischen Kreis fortschreitet. Der kleine Kreis heisst Epicykel, während der excentrische Kreis Deferent genannt wird. Der Winkel im Deferenten, gezählt vom Apogäum aus, heisst centrum, derjenige im Epicykel, gezählt vom Epicykelapogäum aus, argumentum. Hierdurch kann man 2 Un-

gleichheiten gleichzeitig darstellen, indem nämlich einmal schon der Mittelpunkt des Epicykels, von der excentrisch gestellten Erde gesehen, keine gleichförmige Bewegung mehr besitzt, wozu dann noch eine zweite Ungleichung in Gestalt der jeweiligen Elongation des Planeten vom Epicykelmittelpunkt kommt. Die erste dieser beiden Ungleichungen heisst aequatio centri, die zweite aequatio argumenti. Diese Bezeichnung ist nicht ganz konsequent, denn die aequatio centri ist eine Korrektion, die am centrum anzubringen ist, während die aequatio argumenti eine Korrektion darstellt, die vom argumentum herrührt.

3. Die Zweiteilung der Excentricität. Ein weiteres Mittel, die Bewegung zu modifizieren, besteht in der Massnahme, dass die Bewegung des Epicykelmittelpunkts auf der Deferentenperipherie nicht nur von der Erde aus gesehen, sondern absolut genommen mit wechselnder Geschwindigkeit vor sich geht. Diese Bewegung wird nämlich so angenommen, dass sie von einem gewissen Punkt der Apsidenlinie, der aber weder mit dem Mittelpunkte des Deferenten noch mit der Erde zusammenfällt, als gleichförmige Winkelbewegung wahrgenommen werden würde. Dieser Punkt wird meist centrum aequans genannt. Da er bei den meisten Planeten so gelegen ist, dass der Deferentenmittelpunkt gerade in der Mitte zwischen ihm und der Erde liegt, so hat man die Theorie dieses centrum aequans auch als Zweiteilung der Excentricität bezeichnet.

4. Ausserdem ist zu erwähnen, dass bei denjenigen Planeten, deren Bewegungen am schwersten darzustellen sind, nämlich Merkur und Mond, noch weitere Komplikationen eingeführt sind. So ist der Mond der einzige Planet, dessen Apogäum eine eigene Bewegung besitzt, auch dreht sich der Epicykel des Mondes in entgegengesetzter Richtung wie bei den übrigen Planeten, und sein centrum aequans hat eine besondere, von den übrigen abweichende Lage. Bei Merkur wiederum erleidet die Peripherie des Deferenten, während sich der Epicykelmittelpunkt auf ihr fortbewegt, fortgesetzte Verschiebungen, indem der Deferentenmittelpunkt selbst noch wieder auf einem kleinen Kreise rotierend gedacht wird, so dass die wahre vom Epicykelmittelpunkt beschriebene Kurve eine ovale Gestalt besitzt.

Von grosser Bedeutung gerade für die Tabulierung ist ferner

der Umstand, dass bei jedem Planeten eine gewisse Beziehung zur Sonnenbewegung vorhanden ist. Beim Monde wird von einer Gleichung Gebrauch gemacht, welche die erwähnte Bewegung seines Apogäums mit dem Sonnenorte in Beziehung setzt. Bei Merkur und Venus ist je eine Gleichung vorhanden, welche besagt, dass ihr Epicykelmittelpunkt mit dem mittleren Sonnenorte zusammenfällt. Vom heutigen Standpunkte betrachtet, involvieren diese Gleichungen die Bewegung der genannten beiden Planeten um die Sonne. Bei Mars, Jupiter und Saturn endlich ist je eine Gleichung vorhanden, welche sich unter gewissen Vernachlässigungen dahin deuten lässt, dass der Epicykel eines jeden dieser Planeten nur das Spiegelbild der Erdbewegung ist, so dass er fortfällt, sobald man der Erde ihre Bewegung erteilt.

Über die Beziehungen aller dieser Gleichungen zur Erdbewegung ist bereits genug geschrieben worden, so dass wir uns hier mit diesen Andeutungen begnügen können. Diese Beziehungen haben für die Tabulierung die praktische Wirkung, dass bei jedem Planeten eine Tafel gespart wird, indem man eine der zu tabulierenden Grössen durch Vermittelung dieser Gleichungen aus den Sonnentafeln entnehmen kann.

Die Sonnentafeln.

Bei der Sonne gibt es nur eine einzige aequatio oder Ungleichheit, welche an ihrem mittleren Orte anzubringen ist, um den wahren zu erhalten. Um diese Ungleichheit geometrisch darzustellen, genügt es, der Erde eine excentrische Stellung in der kreisförmigen Sonnenbahn zuzuteilen. Ist in Figur 1 C der Mittelpunkt dieser Sonnenbahn, E die Erde, so ist $E\Gamma$ die Apsidenlinie und Γ das Apogäum. Die Bewegung der Sonne S in ihrem Kreise vollzieht sich mit gleichförmiger linearer Geschwindigkeit, so dass $\sphericalangle \gamma = \Gamma CS$ gleichförmig wächst. Dieser Winkel heisst argumentum medium solis. Die Bezeichnung weicht insofern von der bei den übrigen Planeten gebräuchlichen ab, als sonst der Winkel im Deferenten centrum genannt zu werden pflegt, während man unter argumentum denjenigen im Epicykel versteht. Legen

wir diesen Winkel γ im Punkte E an, so kommen wir auf einen mittleren Sonnenort S_0, der von dem wahren Ort S um die aequatio solis x entfernt ist. $\gamma + x = \Gamma ES$ heisst dann das argumentum aequatum oder korrigierte argumentum. Bezeichnen wir ferner die gleichförmig wachsende mittlere Länge (medius motus) $\curlyvee ES_0$ mit μ, so ist ersichtlich, dass $\mu = \omega + \gamma$, wo ω die Länge des Apogäums ist, und zwar, wie oben ausgeführt, die instantane Länge des Datums, also die aux propria. Die wahre Länge der Sonne wird dann $l = \curlyvee ES = \mu + x$ (wenn wir das Vorzeichen bei x belassen).

Tabuliert ist μ und x, ersteres mit der Zeit als Tafelargument, letzteres mit dem argumentum medium γ. Um γ zu erhalten, bildet man die aux propria $\omega = \omega_0 + \pi$, wobei ω_0 die radix augis und π die aux communis darstellt. Ist so ω bekannt, so hat man $\gamma = \mu - \omega$. Hiermit entnimmt man die aequatio x und hat $l = \mu + x$.

Beispiel. Gesucht die wahre Länge der Sonne für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo (Längendifferenz und Zeitgleichung seien also bereits angebracht).

Mit Hülfe der Tabelle II schreibt sich dies Datum:

$1477.0 + 263^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$, oder als Jahresbruch: 1477.72.

Mit dem letzteren Werte entnehmen wir die aux communis π aus Tafel I:

1470.0	19.473
7.72 interp.	73
	$\pi = 19^0.546$
Tabelle III	$\omega_0 = 71^0.423$
	$\omega = 90^0.969.$

Ferner entnehmen wir aus Tafel IV und V den medius motus ⊙:

für 1470.0	288.896
7^a	0.298
200^d	197.129
60^d	59.139
3^d	2.957
6^h	0.246
1.6^m	0.001
	$\mu = 188.666$

daher $\gamma = \mu - \omega = 97^0.697.$

Damit entnehmen wir die aequatio solis aus Tafel VI:

$$x = -2^0.163,$$

so dass $l = \mu + x = 186^0.503$.

Die Mondtafeln.

Der Mond bewegt sich auf der Peripherie eines Epicykels, dessen Mittelpunkt gleichzeitig auf der Peripherie des Deferenten fortschreitet. Die Bewegung im Epicykel vollzieht sich beim Monde in entgegengesetzter Richtung wie bei den übrigen Planeten, nämlich retrograd. Deferent und Epicykel drehen sich also in entgegengesetzter Richtung.

Es sei in Fig. 2 C der Mittelpunkt des Deferenten, E die excentrisch gestellte Erde, so dass Γ das Deferentenapogäum ist. L sei der Mond selbst und A der Mittelpunkt seines Epicykels. A besitzt keine gleichförmige lineare Geschwindigkeit auf dem Deferenten, sondern bewegt sich so, dass der medius motus $\mu = \sphericalangle \Upsilon EA$ gleichförmig wächst. Beim Monde spielt also die Erde selbst die Rolle des centrum aequans. Ebenso wie μ wächst auch das centrum medium $\gamma = \sphericalangle \Gamma EA$ gleichförmig.

Der Winkel α im Epicykel, welcher argumentum genannt wird, wird vom Epicykelapogäum aus in dem angegebenen Sinne gezählt. Man hat indessen zu unterscheiden zwischen einem wahren Epicykelapogäum E' und einem mittleren F', welch letzteres dem Punkt F gegenüberliegt, welcher durch $CE = EF$ bestimmt ist. Entsprechend gibt es ein argumentum medium α, welches vom mittleren Epicykelapogäum F', und ein argumentum aequatum, welches vom wahren Epicykelapogäum E' gezählt wird und sich von jenem um die aequatio centri x unterscheidet. Gleichförmig wächst nur das argumentum medium. Um den wahren Winkel im Epicykel zu erhalten, hat man dies um die periodische, offenbar von γ abhängige Ungleichheit x zu korrigieren, und erst das so erhaltene argumentum aequatum kann — mit einem noch zu

erwähnenden Vorbehalt — zur Berechnung der Elongation y, der sogen. aequatio argumenti, dienen.

Die wahre Länge l ist offenbar lediglich gleich $\mu + y$. Da aber y mit dem Winkel $(\alpha + x)$ tabuliert ist, so muss zuvor x mit dem gleichförmig wachsenden γ entnommen werden.

Es treten jedoch noch einige weitere Complicationen hinzu, zunächst die schon mehrfach erwähnte Bewegung des Apogäums. Wir müssen uns diese Bewegung so vorstellen, dass die ganze Apsidenlinie um die Erde E als Drehpunkt gedreht wird, so dass die Punkte ΓCEF stets in einer Geraden liegen. Diese Drehung ist retrograd und gleichförmig, und steht dabei in einer eigentümlichen Beziehung zur Sonnenbewegung. Ist nämlich in Figur 3 S_0 die mittlere Sonne, A der Epicykelmittelpunkt des Mondes, so ist stets $\sphericalangle \Gamma_{☽} ES_0 = S_0 EA$. $\Gamma_{☽}$ bewegt sich also vom mittleren Sonnenort ebenso schnell nach rechts fort wie A nach links. In S_0 und S'_0 fallen beide zusammen, d. h. bei jedem Neu- und Vollmond befindet sich der Epicykelmittelpunkt des Mondes in seinem Deferentenapogäum. (Die wahre Entfernung des Mondes von der Erde hängt natürlich ausserdem noch von seiner Stellung im Epicykel ab.) Aus der Figur folgt sofort:

$$\gamma_{☽} = 2(\mu_{☽} - \mu_{\odot})$$

Wegen dieser Beziehung braucht $\gamma_{☽}$ nicht tabuliert zu werden, man stellt es vielmehr mit Hülfe des den Sonnentafeln entnommenen $\mu_{\odot}$ her.[10])

Eine weitere Komplikation tritt bei der aequatio argumenti y

10. Wegen dieser Bewegung des Apogäums ist die wahre Bahn des Epicykelmittelpunktes nicht mehr ein Kreis und überhaupt keine geschlossene Kurve. Ihre Gestalt stellt Figur 4 dar. $\odot_1 \ldots \odot_5$ sind hierin diejenigen mittleren Sonnenörter, für welche $\gamma_{☽} = 0$, 180, 360, 180, 360 ist. Für $\gamma_{☽} = 0$ fallen nämlich Epicykelmittelpunkt und Apogäum mit $\odot_1$ zusammen ($A_1\ \Gamma_1$). Für $\gamma_{☽} = 180$ befindet sich der Epicykelmittelpunkt in A_2, das Apogäum in Γ_2, so dass $A_2\Gamma_2 \perp E\odot_2$. Für $\gamma_{☽} = 360$ fallen wieder beide in $A_3\Gamma_3$ zusammen in der geraden Verlängerung von $\odot_3 E$, u. s. w. Nach einem vollen, zu $\odot$ synodischen Umlauf von A und Γ sind sie beide in $\Gamma_5 A_5$ angelangt. C_1 bis C_5 sind die zugehörigen Mittelpunkte des Deferentenkreises.

Reinhold und andere haben zur Erläuterung der Ptolemäischen Mondtheorie eine Figur gegeben, bei welcher der Mittelpunkt des Mondepicykels eine geschlossene, ellipsenähnliche Kurve beschreibt. Diese Darstellnng bezieht sich offenbar auf die ruhend gedachte Sonne.

dadurch ein, dass die Entfernung des Epicykelmittelpunktes von der Erde nicht konstant bleibt, wodurch auch der Betrag von y beeinflusst wird. Das Verfahren ist hier folgendes: Man tabuliert y für eine konstante Entfernung, und zwar ist beim Monde die grösste Ertfernung $E\Gamma$ gewählt, während bei den übrigen Planeten eine mittlere Entfernung, nämlich der Deferentenradius vorgezogen wird. Dadurch erhält man einen Näherungswert y_0, an dem nun noch eine Korrektion anzubringen ist, um das y selbst zu erhalten. Die Korrektion muss offenbar von 2 Grössen abhängen: einmal von y_0 selber und somit vom argumentum aequatum, und zweitens von der Entfernung des Epicykelmittelpunkts von der Erde und somit vom centrum. In Figur 5 ist der Mondepicykel in seiner grössten und kleinsten Entfernung von der Erde gezeichnet. L, bezw. L' sei der Mond, und es sei $\sphericalangle \Pi L = \Pi' L'$. Die für das Apogäum geltende aequatio argumenti y_0 ist wie erwähnt tabuliert. Der gleiche Winkel $\Pi' L'$ verursacht aber im Perigäum eine Elongation, welche y_0 um ε übertrifft. Dieser Unterschied ε heisst diversitas diametri circuli brevis oder kurz diversitas diametri. Diese diversitas diametri stellt also die Differenz der für das Apogäum geltenden aequatio argumenti, welche tabuliert ist, gegen die entsprechende für das iPerigäum geltende dar. Diese Differenz ist nur von dem Winkel m Epicykel, dem argumentum aequatum, abhängig, und ist mit diesem tabuliert. Offenbar ist sie voll anzubringen im Perigäum, garnicht im Apogäum. Für die Zwischenlagen aber ist ein Bruchteil anzubringen, der in folgender Weise bestimmt wird.

ΓN ist die Differenz des grössten und kleinsten Abstandes des Epicykelmittelpunktes von der Erde. Diese Differenz wird in 60 Teile geteilt, welche minuta proportionalia heissen. Für jede Stellung des Epicykelmittelpunktes lassen sich dann die zugehörigen minuta proportionalia angeben: Γ' hat 60, Punkt A hat soviel, wie auf die Strecke AB gehen, Γ hat 0 u. s. w. Die minuta proportionalia sind also gleich der Differenz des jeweiligen Abstandes gegen den grössten, ausgedrückt in Teilen, deren 60 auf den grössten Wert dieser Differenz gehen. Sie sind nur von γ, dem Winkel im Deferenten, abhängig und mit diesem tabuliert.

Man sieht, dass dann die gesuchte Korrektion von y_0 gleich

$$\text{divers. diam.} \times \frac{\text{min. prop.}}{60}$$

gesetzt werden kann. Sie wird nämlich gleich der diversitas diametri selbst, wenn die minuta proportionalia gleich 60 werden, also im Perigäum, und verschwindet, wenn diese Null werden, also im Apogäum.

Bei der gegenwärtigen Umrechnung sind nicht die minuta proportionalia in dem angegebenen Sinne, sondern unter demselben Titel gleich ihr sechzigster Teil in Dezimalbrüchen gegeben, womit dann die diversitas diametri nur zu multiplizieren ist.

Die Berechnung eines Mondortes gestaltet sich demnach folgendermassen:

Mit der Zeit entnimm $\mu_☽$ und $\alpha_☽$ und aus den Sonnentafeln $\mu_\odot$, und bilde $\gamma_☽ = 2(\mu_☽ - \mu_\odot)$, womit $\mu_☽$, $\alpha_☽$, $\gamma_☽$ bekannt sind.

Mit $\gamma_☽$ entnimm aus der Tafel der aequationes $\left\{ \begin{array}{l} \text{aequatio centri } x, \\ \text{minuta proportionalia} \end{array} \right.$

bilde das argumentum aequatum $\alpha + x$,

mit $\alpha + x$ entnimm aus der Tafel der aequationes $\left\{ \begin{array}{l} \text{diversitas diametri,} \\ \text{aequatio argumenti } y_0 \end{array} \right.$

bilde pars proportionalis = div. diam × minut. prop.

und $|y| = |y_0| +$ pars prop. Der absolute Wert von y_0 muss stets vergrössert werden. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0.

Dann wird $l_☽ = \mu_☽ + y$.

B e i s p i e l: Gesucht die wahre Länge des Mondes für 1477 Sept. $20^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$ M. Z. Toledo, d. i. $1477.0 + 263^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$ oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV — V:

	$\mu_☽$	$\alpha_☽$	$\mu_\odot$
1470.0	263.704	324.688	288.896
7^a	212.041	287.175	0.298
200^d	115.279	92.998	197.129
60^d	70.584	63.899	59.139
3^d	39.529	39.195	2.957
6^h	3.294	3.266	0.246
1.6^m	0.014	0.014	0.001
	$\mu_☽ = 344.445$	$\alpha_☽ = 91.235$	$\mu_\odot = 188.666$

$\mu_\odot = 188.666$

$\mu_☽ - \mu_\odot = 155.779$

$\gamma_☽ = 2(\mu_☽ - \mu_\odot) = 311^0.558$

Mit $\gamma_{☽}$ gehen wir in die Tafel VII ein und entnehmen die aequatio centri:

$$x = -7.033 \qquad \text{sowie min. prop.} = 0.133$$
$$\alpha_{☽} = 91.235$$
$$\alpha_{☽} + x = 84.202$$

Mit $\alpha_{☽} + x$ entnehmen wir aus derselben Tafel die aequatio argumenti:

$$y_0 = -4.864 \qquad \text{sowie divers. diam.} = 2.503$$
$$\text{pars. prop.} \quad 0.333 \qquad \times\, 0.133 = 0.333$$
$$y = -5.197$$
$$\mu_{☽}^{\bullet} = 344.445$$
$$l_{☽} = 339.^{\circ}248$$

Die Tafeln des Mars, Jupiter, Saturn.

Die 3 Planeten Mars, Jupiter und Saturn werden ganz gleichartig behandelt. Der Planet P (Figur 6) bewegt sich auf einem Epicykel, dessen Mittelpunkt A sich auf dem Deferenten bewegt. Die Bewegung vollzieht sich in beiden Kreisen im Sinne der wachsenden Längen. Die Erde E nimmt wieder eine excentrische Stellung im Deferenten ein. Hier ist nun die Zweiteilung der Excentricität durchgeführt: Die lineare Bewegung von A auf dem Deferenten ist nicht gleichförmig, sondern vollzieht sich so, dass sie vom centrum aequans M aus als gleichförmige Winkelbewegung erscheint. M liegt dabei jenseits des Deferentenmittelpunktes C so, dass $EC = CM$ ist. Der Winkel $\gamma = \Gamma MA$, das centrum medium, wächst also gleichförmig. Legen wir γ in E an, so kommen wir auf A_0 und haben, um den wahren Epicykelmittelpunkt A zu erhalten, noch die aequatio centri x anzubringen. $\gamma + x = \Gamma EA$ heisst daher centrum aequatum. Zählen wir die Winkel vom Frühlingspunkte aus, so haben wir, da $\sphericalangle \Upsilon E\Gamma$, wie mehrfach erwähnt, gleich der aux propria ω ist, die mittlere Länge des Epicykelmittelpunktes gleich $\omega + \gamma$, die wahre gleich $\omega + \gamma + x$, oder wenn wir $\omega + \gamma$ durch den medius motus μ ersetzen: μ bezw. $\mu + x$. Um endlich von dem wahren Epicykelmittel-

punkt auf den Planeten selbst zu kommen, haben wir weiter die aequatio argumenti y anzubringen, welche die Elongation des Planeten von seinem Epicykelmittelpunkte darstellt und von dem Winkel im Epicykel, dem argumentum, abhängt. Wir haben wieder zwischen einem wahren Epicykelapogäum E' und einem mittleren M' zu unterscheiden, zwischen welchen der Winkel x liegt. Da das gleichförmig wachsende argumentum medium α von M' aus gezählt wird, so ist nicht dieser Winkel selbst für die Tabulierung von y zu verwenden, sondern das argumentum aequatum $\alpha - x = E'AP$. Die aequatio centri x ist also sowohl am centrum medium γ als am argumentum medium α anzubringen, um das centrum aequatum und argumentum aequatum zu erhalten, und zwar ist es bei dem einen stets mit dem entgegengesetzten Vorzeichen anzubringen wie bei dem anderen. Das aus den Tafeln entnommene Vorzeichen gilt stets für die Anbringung an γ.

Die wahre Länge des Planeten wird nach dem vorstehenden:

$$l = \mu + x + y.$$

Hiervon ist μ in der Tafel der mittleren Bewegungen tabuliert, x in der Tafel der aequationes des betreffenden Planeten mit dem Winkel γ, der aus μ durch Vermittelung von ω erhalten wird. y ist mit $\alpha - x$ tabuliert, und es müsste demnach auch der Winkel α tabuliert sein, wenn nicht die früher erwähnte Beziehung zur Sonnenbewegung es gestattete, ihn mit Hülfe der Sonnentafeln zu ermitteln. Es besteht nämlich die einfache Gleichung:

$$\alpha + \mu = \mu_{\odot}$$

woraus sofort α aus $\mu_{\odot}$ und dem schon tabulierten μ erhalten wird.

Indessen tritt wie beim Monde so auch hier eine weitere Komplikation dadurch ein, dass sich y nur für eine konstante Entfernung EA des Epicykelmittelpunktes von der Erde tabulieren lässt. Das Verfahren ist hier insofern ein anderes, als nicht die grösste Entfernung, sondern eine mittlere, nämlich der Radius des Deferenten, für die Tabulierung gewählt wird. In Fig. 7 sei E die Erde, C der Deferentenmittelpunkt. Der Epicykel ist für 3 Lagen: Apogäum (Π'), Perigäum (Π'') und mittlere Entfernung (A) gezeichnet. Es ist also $EA = CA$. P_0 bezw. P und P' sei der Planet, und es sei der Bogen $EP_0 = \Pi P = \Pi' P'$. Die Tafel gibt unter der Rubrik aequatio argumenti nur den für die mittlere

Entfernung geltenden Wert y_0, der für alle Werte des Bogens $E'P_0$ tabuliert ist. Wir können nun am Deferenten 2 Teile unterscheiden, deren einer oberhalb der gebrochenen Linie BEA liegt und alle Entfernungen enthält, die grösser sind als die mittlere, während der andere unterhalb dieser Linie alle kleineren enthält. Vergleichen wir nun die 3 Stellungen, so ist ersichtlich, dass die zu dem gleichen Bogen ΠP gehörige aequatio ΠEP stets kleiner ist als y_0. Die Differenz beider heisst diversatis diametri in longitudinem longiorem. Andererseits ist der zu dem ebenfalls gleich grossen Bogen $\Pi'P'$ gehörige Winkel $\Pi'EP'$ stets etwas grösser als das tabulierte y_0. Die Differenz dieser beiden Winkel heisst diversitas diametri in longitudinem propiorem. Die gegenannten Differenzen sind beide für alle Werte des argumentum aequatum $E'AP_0$ tabuliert und können zugleich mit der aequatio argumenti y_0 entnommen werden. Damit ist man bereits in der Lage, für 4 bestimmte Stellungen des Epicykelmittelpunktes das definitive y anzugeben: für A und B ist es unmittelbar gleich dem Tafelwert y_0, für Γ hat man den absoluten Wert von y_0 um die ganze divers. diam. in longitud. longior. zu verringern, und für Γ' hat man die ganze divers. diam. in longitud. propior. zu demselben zu addieren.

Für die Zwischenlagen werden in analoger Weise wie beim Monde Proportionalteile hergestellt. Betrachten wir zuerst die Deferentenhälfte mit der longitudo longior. Die Differenz $\Gamma N = KB$ der grössten und mittleren Entfernung des Epicykelmittelpunktes von E ist in 60 Teile geteilt. Dies sind die minuta proportionalia longiora. Für B sind sie Null, für einen beliebigen Punkt H des Deferenten gleich HQ, für Γ gleich 60. Dann wird

$$|y| = |y_0| - \frac{\text{divers. diam.} \times \text{min. prop.}}{60}$$

Bei der unteren Deferentenhälfte wird entsprechend die Differenz BG zwischen kleinstem und mittlerem Abstand in 60 minuta proportionalia propiora geteilt. Für B sind diese Null, für D gleich DF, für Γ' gleich 60, und es wird

$$|y| = |y_0| + \frac{\text{divers. diam.} \times \text{min. prop.}}{60}$$

Die minuta proportionalia sind mit dem centrum aequatum $\gamma + x$ tabuliert und werden gleich mit der zugehörigen Benennung longiora oder propiora (l oder p) entnommen. Für $\gamma + x = 0$ sind sie gleich 60 longiora, kurz vor $\gamma + x = 90^0$ werden sie Null, und wachsen nun als propiora bis 60, was bei $\gamma + x = 180^0$ erreicht wird. Kurz nach $\gamma + x = 270^0$ sind sie wieder Null und werden aufs neue longiora.

Um die diversitas diametri zu entnehmen, hat man zwischen 2 Spalten zu wählen, welche je nach ihrer Ueberschrift zur longitudo longior oder propior gehören. Man wählt die mit den minuta proportionalia gleichnamige Spalte und entnimmt aus ihr mit $\alpha - x$ die diversitas diametri, worauf man die pars proportionalis

$$= \frac{\text{divers. diam.} \times \text{min. prop.}}{60}$$

zu bilden und dies nach obiger Massnahme additiv oder subtraktiv an dem absoluten Wert von y_0 anzubringen hat.

In der vorliegenden Umrechnung ist auch hier gleich der sechzigste Teil der minuta proportionalia in Dezimalbrüchen tabuliert, so dass hier die pars proportionalis = divers. diam $\times$ min. prop. zu setzen ist.

Die Berechnung der wahren Länge gestaltet sich demnach bei den 3 Planeten Mars, Jupiter, Saturn folgendermassen:

Entnimm aus Tafel IV u. V: μ und $\mu_\odot$.

bilde $\alpha = \mu_\odot - \mu$

bilde $\gamma = \mu - \omega$, wo die aux propria $\omega = \omega_0 + \pi$ aus Tafel III und I erhalten wird. Damit hat man α, γ, μ.

Mit γ entnimm aus d. Tafel d. aequationes aequatio centri x und bilde: $\begin{cases} \alpha - x \\ \gamma + x \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm minuta proportionalia: $\begin{cases} \text{longiora oder} \\ \text{propiora} \end{cases}$

Mit $\alpha - x$ entnimm: $\begin{cases} \text{diversitas diametri } l. \text{ oder } p. \\ \text{und aequatio argumenti } y_0. \end{cases}$

Bilde $|y| = |y_0| \mp$ minut. proport. $\times$ divers. diam.,

wo das obere Zeichen für longiora, das untere für propiora gilt. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0. Dann wird

$$l = \mu + x + y.$$

Beispiel: Gesucht die wahre Länge des Mars für 1477 Sept. $20^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$ M. Z. Toledo, d. i. $1477.0 + 263^d\ 6^h\ 1.6^m$ oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV und V:

	$\mu_♂$	$\mu_\odot$	
1470.0	71.11	288.896	
7^a	260.04	0.298	
200^d	104.81	197.129	
60^d	31.44	59.139	
3^d	1.57	2.957	
6^h	0.13	0.246	Tafel I: $\pi = 19.546$
1.6^m		0.001	Tafel III: $\omega_0 = 115.204$
	$\mu_♂ = 109.10$	$\mu_\odot = 188.666$	$\omega = 134.750$
		$\mu_♂ = 109.10$	$\mu_♂ = 109.10$
		$\alpha_♂ = \mu_\odot - \mu_♂ = 79.57$	$\gamma_♂ = \mu_♂ - \omega = 334.35$

Damit sind μ, α, γ bekannt, und wir gehen nun an die Berechnung der Ungleichheiten.

Mit γ gehen wir in die Tafel X ein und entnehmen die aequatio centri:

$x = +4.54$, so dass wird $\gamma + x = 338.89$

$\alpha - x = 75.03$

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir ferner:

min. prop. $= 0.93\ l.$

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir:

aequatio argumenti $y_0 = +28.53$, sowie divers. diam. $l. = 1.92$

pars proport. 1.79 $\times 0.93 = 1.79$

$y = +26.74$

dazu $x = +4.54$

$\mu = 109.10$

$l_♂ = 140^0.38$

Die Venustafeln.

Die Theorie der Venus stimmt bis auf eine geringe Aenderung mit derjenigen der 3 äusseren Planeten überein. Hier tritt nämlich statt der für die letzteren geltenden Gleichung $\alpha + \mu = \mu_\odot$ eine

andere Gleichung auf, welche ebenfalls den Sonnenlauf mit dem des Planeten in Beziehung bringt. Diese Gleichung lautet:

$$\mu_{\odot} = \mu_{♀}$$

oder da stets $\mu = \omega + \gamma$ ist: $\omega_{\odot} + \gamma_{\odot} = \omega_{♀} + \gamma_{♀}$.

Soweit gilt diese Beziehung sowohl für Venus als für Merkur. Venus hat die weitere Eigentümlichkeit, dass sie (als einziger unter den Planeten) dasselbe Deferentenapogäum besitzt wie die Sonne, so dass

$\omega_{\odot} = \omega_{♀}$ und folglich auch $\gamma_{\odot} = \gamma_{♀}$.

Diese Beziehungen bewirken, dass in Tabelle III für Sonne und Venus dasselbe ω_0 angegeben ist, sowie dass von den gleichförmigen Bewegungen der Venus-Theorie nur eine, nämlich $\alpha_{♀}$ tabuliert ist, während man $\mu_{♀}$ und $\gamma_{♀}$ mit Hülfe der Sonnentafeln ermittelt. Die Theorie der Ungleichheiten ist mit der der 3 äusseren Planeten identisch.

Die Rechnung eines Venus-Ortes gestaltet sich demnach folgendermassen:

Entnimm aus der Tafel IV und V $\alpha_{♀}$ und $\mu_{\odot}$, und setze letzteres gleich $\mu_{♀}$. Bilde ferner $\gamma_{♀} = \mu_{♀} - \omega$, wo $\omega = \omega_0 + \pi$ aus der Tafel III und I erhalten wird. Damit hat man μ, γ, α. Die weitere Rechnung vollzieht sich nach demselben Schema wie bei den 3 äusseren Planeten:

Mit γ entnimm aus Tafel IX: aequatio centri x und bilde $\begin{cases} \gamma + x \\ \alpha - x \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm: minut. proport. longior. oder propior.

Mit $\alpha - x$ entnimm: $\begin{cases} \text{divers. diametri } l. \text{ oder } p. \\ \text{aequatio argumenti } y_0 \end{cases}$

Bilde $|y| = |y_0| \mp$ minut. proport. $\times$ divers. diam.,
wo das obere Zeichen für longiora, das untere für propiora gilt. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0. Dann wird

$$l_{♀} = \mu_{♀} + x + y$$

Beispiel: Gesucht die wahre Länge der Venus für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo, d. i. 1477.0 + 263^d 6^h 1.6^m oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV und V:

	$a♀$	$\mu_{\odot}$	
1470.0	82.12	288.896	
7^a	136.43	0.298	
200^d	123.30	197.129	
60^d	36.99	59.139	
3^d	1.85	2.957	
6^h	0.15	0.246	Tafel I $\pi = 19.546$
1.6^m	0.00	0.001	Tafel III $\omega_0 = 71.423$
	$a♀ = 20.84$,	$\mu_{\odot} = \mu♀ = 188.666$	$\omega = 90.969$
		$\omega = 90.969$	
		$\gamma_{\odot} = \gamma♀ = 97.697.$	Damit sind a, μ, γ bekannt.

Mit γ gehen wir in die Tafel IX ein und entnehmen die aequatio centri:

$$x = -2.17, \text{ so dass wird } \begin{cases} \gamma + x = 95.53 \\ a - x = 23.01 \end{cases}$$

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir ferner: minut. prop. $= 0.13\,p$.
Mit $a - x$ entnehmen wir:
aequatio argumenti $y_0 = +9.60$ sowie divers. diam. $p. = 0.13$
pars proportion. $\quad 0.02 \qquad\qquad \times 0.13 = 0.02.$

$$\begin{aligned} y &= +9.62 \\ x &= -2.17 \\ \mu♀ &= 188.67 \\ \hline l♀ &= 196^{\circ}.12 \end{aligned}$$

Die Merkurstafeln.

Auch den Merkurstafeln liegt, mit einigen Modifikationen, dieselbe Theorie zu Grunde, die für die 3 äusseren Planeten auseinandergesetzt ist.

Wie schon im vorigen Kapitel beiläufig erwähnt, tritt hier statt der Gleichung $a + \mu = \mu_{\odot}$ eine andere Beziehung zur Sonnenbewegung auf, nämlich

$$\mu☿ = \mu_{\odot},$$

ohne dass aber wie bei Venus auch $\omega☿$ gleich $\omega_{\odot}$ wäre. Daher bleiben auch $\gamma☿$ und $\gamma_{\odot}$ verschieden.

Indessen tritt bei Merkur noch eine weitere, ganz eigenartige

Komplikation ein. Zunächst liegt (Figur 8) das centrum aequans M nicht jenseits des Deferentenmittelpunktes C, sondern halbiert die Entfernung der Erde E von C, so dass

$$EM = MC.$$

Nun ist aber C nur der mittlere Ort des Deferentenmittelpunktes. Der wahre Ort desselben ist niemals in C, sondern bewegt sich auf einem kleinen Kreise um C, dessen Radius CM ist. Diese Bewegung ist so zu verstehen, dass die Apsidenlinie $I'I$ mit den Punkten E und M ihre Lage unverändert beibehält, während sich die Peripherie des Deferenten in dem Masse, wie A auf ihr fortwandert, etwas hin und herschiebt. Die Folge davon ist, dass die wahre Bahn, die von A beschrieben wird, nicht mehr einen Kreis, sondern eine längliche geschlossene Kurve darstellt. Diese Kurve ist in Figur 9 abgebildet.[11] Die Bewegung im kleinen Kreise geschieht entgegen den wachsenden Längen, also auch entgegen der Bewegung des Epicykelmittelpunktes. Ist das Centrum des Deferenten in C_1, so befindet sich der Epicykel im Apogäum I. $C_1 I$ ist gleich dem Deferentenradius oder der mittleren Entfernung. Hier ist daher die Entfernung von der Erde am grössten. Der Deferentenmittelpunkt schreitet nun auf dem kleinen Kreise nach rechts fort, der Epicykelmittelpunkt auf der Deferentenkurve nach links, so dass immer die Verbindungslinien C_2A, C_3H, MI', C_4K, C_5B, C_1I gleich der konstanten mittleren Entfernung sind. Die resultierende Kurve, welche der Epicykelmittelpunkt beschreibt, ist seitlich abgeplattet, aber keine Ellipse, sie besitzt vielmehr nur eine Symmetrieachse. Zwei

---

11. Diese Figur gibt Reinhold in den „Theoricae novae planetarum Purbachii, ab Erasmo Reinholdo Salveldensi pluribus figuris auctae etc." (1542). Die aus der Ptolemäischen Theorie resultierende ovale Kurve scheint zuerst von Arzachel (1080) ausgezogen worden zu sein. Sie findet sich in einer durch die Alfonsinischen Gelehrten ins Spanische übersetzten Schrift dieses Astronomen in den „Libros del saber de astronomia del Rey D. Alfonso X de Castilla etc. por D. Rico y Sinobas, Madrid 1863—1867". Die dortige Figur ist mit den richtigen Zahlenverhältnissen gezeichnet, wodurch die Kurve einer Ellipse sehr ähnlich wird. Diese Figur des Arzachel ist leider vielfach nicht richtig ausgelegt worden, namentlich von Mädler (Gesch. d. Himm. Kunde), Wolf (Gesch. d. Astron.) und Herz (Gesch. d. Bahnbest.), welche den kleinen Kreis in der Mitte der Kurve für das Sonnenzeichen halten.

Punkte, nämlich A und B, haben die mittlere Entfernung von der Erde E und teilen die Kurve in zwei Hälften, in deren oberer nur Entfernungen vorkommen, welche grösser als die mittlere sind, während in der unteren nur kleinere Entfernungen vorhanden sind. In der unteren Hälfte gibt es indessen 2 Punkte kleinster Entfernung, nämlich H und K, während im Perigäum Γ' die Entfernung schon wieder etwas gewachsen ist. Es wird im folgenden gezeigt werden, in welcher Weise dies in den Tafeln zum Ausdruck kommt.

Die Art und Weise, wie die aequatio argumenti y tabuliert und korrigiert wird, ist genau dieselbe wie früher. Auch hier wird ein Näherungswert y_0 tabuliert, der für die mittlere Entfernung, also für die Punkte A und B gilt. Der Unterschied des tabulierten y_0 gegen den entsprechenden für die grösste Entfernung (Γ) geltenden Wert der aequatio argumenti heisst auch hier diversitas diametri in longitudinem longiorem und wird mit dem Winkel im Epicykel, dem argumentum aequatum, entnommen. Ebenso ist in einer zweiten Spalte der Unterschied des tabulierten y_0 gegen den entsprechenden für die kleinsten Entfernungen (H und K) geltenden Wert unter dem Titel: diversitas diametri in longitudinem propiorem mit demselben argumentum aequatum tabuliert.

Desgleichen wird wie früher die Differenz ΓN des grössten und mittleren Abstandes in 60 minuta proportionalia longiora geteilt, und die Differenz QL des mittleren und kleinsten in 60 minuta proportionalia propiora. Zu jedem Punkt der Deferentenkurve gehört dann eine bestimmte Anzahl dieser minuta, und zwar longiora oder propiora. So hat Γ 60 longiora, A hat 0, H hat 60 propiora, Γ' 40 propiora, K 60 propiora, B hat wieder 0 u. s. w. Merkur ist der einzige Planet, bei welchem die minuta proportionalia für das Perigäum nicht 60, sondern nur 40 betragen. Dieser Umstand ist überhaupt das einzige Merkmal, welches uns in den Merkurstafeln die Berücksichtigung der Ptolemäischen Lehre von der Kreisbewegung des Deferentenmittelpunktes verrät, denn die sonstige Behandlung ist vollkommen dieselbe wie bei den übrigen Planeten. Da die gegenwärtige Umrechnung, wie schon mehrfach erwähnt, gleich den sechzigsten

Teil der minuta proportionalia gibt, so findet man hier für das Merkursperigäum $\frac{40}{60} = 0.67$ propiora.

Die Berechnung eines Merkurortes geschieht demnach nach folgendem Schema:

Entnimm aus Tafel IV und V $a_{☿}$ und $\mu_{\odot}$, und setze letzteres gleich $\mu_{☿}$. Bilde ferner $\gamma_{☿} = \mu_{☿} - \omega$, wo $\omega = \omega_0 + \pi$ aus Tafel III und I erhalten wird. Damit hat man μ, γ, a.

Mit γ entnimm aus Tafel VIII: aequatio centri x und bilde $\begin{cases} \gamma + x \\ a - x \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm: minut. proport. longior. oder propior.

Mit $a - x$ entnimm: $\begin{cases} \text{divers. diametri } l. \text{ oder } p. \\ \text{aequatio argumenti } y_0. \end{cases}$

Bilde $|y| = |y_0| \mp$ minut. proport. $\times$ divers. diam., wo das obere Zeichen für longiora, das untere für propiora gilt. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0. Dann wird

$$l_{☿} = \mu_{☿} + x + y.$$

Beispiel: Gesucht die wahre Länge des Merkur für 1477 Sept. $20^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$ M. Z. Toledo, d. i. $1477.0 + 263^d\ 6^h\ 1.6^m$ oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV und V:

	$\mu_{☿}$	$\mu_{\odot}$	
1470.0	152.80	288.896	
7^a	23.84	0.298	
200^d	261.34	197.129	
60^d	186.40	59.139	
3^d	9.32	2.957	
6^h	0.78	0.246	Tafel I: $\pi = 19.546$
1.6^m	0.00	0.001	Tafel III: $\omega_0 = 190.659$
	$a_{☿} = 274.48$	$\mu_{\odot} = \mu_{☿} = 188.666$	$\omega = 210.205$
		$\omega = 210.205$	
		$\gamma_{☿} = 338.461$	Damit sind a, μ, γ bekannt.

Mit γ gehen wir in die Tafel VIII ein und entnehmen die aequatio centri:

$x = +0.95$, so dass wird $\gamma + x = 339.41$

$a - x = 273.53$

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir ferner:
min. prop. $= 0.87\ l$.

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir:
aequatio argumenti $y_0 = -20.10$, sowie divers. diam. $l. = 2.39$
pars proport. 2.08 $\times 0.87 = 2.08$

$$\begin{aligned} y &= -\ 18.02 \\ x &= +\ \ 0.95 \\ \hline &-\ 17.07 \\ \mu &= 188.67 \\ \hline l☿ &= 171^{\circ}.60. \end{aligned}$$

Die Breitentafeln.

Die Breitenbewegung ist in den Alfosinischen Tafeln nur sehr roh dargestellt und kann keinen Anspruch auf erhebliche Genauigkeit machen. In den alten lateinischen Ausgaben befinden sich die Breitentafeln bei den Tafeln der passiones, woselbst sie für jeden Planeten den 4. Teil einer Seite einnehmen. Nur in der ältesten Ausgabe von 1483 sind die Breiten aller Planeten in einer Tafel vereinigt, eine Anordnung, die auch bei der vorliegenden Umrechnung befolgt wurde. Nur die Mondbreiten sind etwas ausführlicher tabuliert, obwohl sie sehr viel einfacher darzustellen sind.

1. Die Breitentafel des Mondes.

Die Breitentheorie des Mondes ist von allen Planeten am einfachsten. Die Ebene des Epicykels fällt stets mit der Ebene des Deferenten zusammen, so dass der Epicykel garnicht berücksichtigt zu werden braucht. Ist (Figur 10) E die Erde, L der wahre Ort des Mondes in seiner Deferentenebene, L_0 seine Projektion auf die Ekliptik, so dasss $\gamma L_0 = l_☽$ die wahre Länge des Mondes ist, welche gerechnet vorliegen muss, so ist L_0EL die gesuchte Breite $b_☽$. Da die Neigung i des Deferenten gegen die Ekliptik konstant ist, so kann $b_☽$ unmittelbar mit dem Winkel

$☊EL$ tabuliert werden. Dieser Winkel heisst argumentum latitudinis. Nennen wir ihn u, so ist

$$\sin b_☾ = \sin i \sin u.$$

Da $i = 5^0$ klein ist, so können wir ohne erheblichen Fehler $u = ☊L_0$ setzen, unter Vernachlässigung der Reduktion auf die Ekliptik. Dann wird

$$u = l_☾ - ☊_☾,$$

wenn $☊_☾$ die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn (caput draconis lunae) ist. Der Mond ist nun der einzige Planet, bei dem die Knotenlinie eine Bewegung besitzt. Sie durchwandert die Ekliptik entgegen den wachsenden Längen mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Infolgedessen ist der verus locus ☊ (= ♈☊) gleich 360° vermindert um den medius motus ☊ (= ♈☋☊). Der letztere ist tabuliert, und man hat also den Tafelwert von 360° abzuziehen, um die Knotenlänge $☊_☾$ zu erhalten. Mit Hülfe der gerechnet vorliegenden Länge stellt man sich darauf das argumentum latitudinis u her und entnimmt mit diesem aus der Breitentafel unmittelbar die Mondbreite.

Beispiel: Gesucht die Mondbreite für 1477 Sept. $20^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$ M. Z. Toledo, d. i. $1477.0 + 263^d\ 6^h\ 1^m\ 36^s$. Gegeben ist für denselben Zeitpunkt $l_☾ = 339^0.250$.

Wir entnehmen den medius motus ☊ aus Tafel XIII und XIV:

1470.0	64.65
7^a	135.40
200^d	10.59
60^d	3.18
3^d	0.16
6^h	0.01
med. mot.	☊ = 213.99
daher	$☊_☾ = 146.01$
	$l_☾ = 339.25$

$u = 193.24$; damit entnehmen wir der Breitentafel XV:

$$b_☾ = -1^0.143.$$

---

2. Die Breitentafeln des Mars, Jupiter, Saturn.

Die 3 äusseren Planeten sind auch in Bezug auf die Breitentheorie ganz gleichartig behandelt. Der Deferent hat eine konstante Neigung zur Ekliptik, und auch die Knotenlinie besitzt eine konstante Lage. Die Ebene der Epicykels ist (Figur 11) in allen Lagen parallel zur Ekliptik[12]) und fällt daher für die beiden Knoten überhaupt mit der Ekliptik zusammen, so dass hier der Planet die Breite Null hat, an welchem Punkte des Epicykels er sich auch befindet.

Man kann offenbar im Deferenten einen Punkt A grösster nördlicher Breite und einen solchen B grösster südlicher Breite angeben. Bei Mars fällt der erstere mit dem Apogäum zusammen, der letztere mit dem Perigäum, so dass seine Knotenlinie senkrecht zur Apsidenlinie steht. Bei Jupiter und Saturn ist dies nicht der Fall, obwohl auch bei ihnen das Apogäum in diejenige Hälfte des Deferenten fällt, welche nördliche Breite besitzt. Bei Jupiter liegt das Apogäum 20° westlich, bei Saturn 50° östlich des Punktes grösster nördlicher Breite. Die Länge des Epicykelmittelpunktes, gezählt in der Bahn von diesem Punkte grösster nördlicher Breite ab ist daher für Mars $\gamma + x$ (d. i. das centrum aequatum)

Jupiter $\gamma + x - 20^0$
Saturn $\gamma + x + 50^0$.

Dieser Winkel soll im folgenden kurz mit γ' bezeichnet werden.

Die Tabulierung geschieht dann folgendermassen: Für jeden der beiden Punkte A und B ist die gesamte, aus der Neigung des Deferenten und des Epicykels resultierende Breite tabuliert. Dieselbe ist nur noch vom Winkel im Epicykel $\alpha - x$ abhängig,

12. Es scheint nicht ganz sicher zu sein, ob der Epicykel wirklich als stets parallel zur Ekliptik anzusehen ist, oder ob er nicht doch geringe Schwankungen ausführt. Nach Herrn Herz (Gesch. d. Bahnbest.) ist letzteres der Fall: „Ptolemäus . . . nahm die Neigung des Deferenten I sowie die Neigung des Epicykels i verschieden an. Man sieht aber, dass in der Theorie der Bewegung dadurch keine wesentliche Aenderung eintritt . . .“ Nach Tannery (Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne) bleibt der Epicykel stets sich selbst parallel: „il (Ptolémée) considère le plan incliné de l'épicycle comme restant parallèle à lui-même dans la circulation de l'épicycle sur l'excentrique“. Peurbach und seine Commentatoren geben nur soviel an, dass die Schnittlinie der Epicykelebene mit der Deferentenebene stets parallel zur Ekliptik bleibt. Wie dem auch sei, für den vorliegenden Zweck genügt jedenfalls die Annahme der Parallelität.

und wird mit diesem entnommen. Die beiden Spalten sind überschrieben: latitudo septentrionalis und latitudo meridionalis. Da die Entfernungen der Punkte A und B von der Erde nicht gleich gross sind, werden auch die beiden tabulierten Grössen etwas von einander abweichen. Was man aus diesen beiden Spalten entnimmt, ist also unmittelbar die gesuchte Gesamtbreite des Planeten für den Fall, dass sich sein Epicykelmittelpunkt gerade in A oder B befindet. Für die Zwischenlagen werden ganz analog dem früher auseinandergesetzten Verfahren mit Hülfe von minuta proportionalia die entsprechenden Proportionalteile gebildet. Für die beiden Knoten, d. i. für $\gamma' = 90^0$ und für $\gamma' = 270^0$ sind diese minuta proportionalia Null, so dass auch die Breite verschwindet, für $\gamma' = 0^0$ sind sie gleich 60 sept., so dass hier die tabulierte latitudo sept. mit $\frac{60}{60}$ zu multiplizieren ist, und also voll in Kraft tritt. Für $\gamma' = 180^0$ dagegen sind die minuta proportionalia gleich 60 mer., so dass hier die latitudo meridionalis unvermindert resultiert. Die minuta proportionalia sind mit γ' tabuliert. In der gegenwärtigen Umrechnung sind sie wie früher gleich durch 60 dividiert, so dass man sie lediglich mit der latitudo septentrionalis oder meridionalis zu multiplizieren hat.

Die Berechnung der Breite gestaltet sich demnach für die 3 äusseren Planeten folgendermassen:

bilde $\gamma' = \gamma + x$ für Mars
$\gamma + x - 20^0$ „ Jupiter
$\gamma + x + 50^0$ „ Saturn.

Mit γ' entnimm aus Tafel XVI: minuta proportionalia.
Mit $a - x$ „ „ „ „ : latitudo, und zwar:
septentrion. (+), wenn γ' zwischen $270^0 - 0^0 - 90^0$ liegt,
meridional. (—), „ „ „ $90^0 - 270^0$ „ .

Dann wird: $b =$ latitudo × minut. proport.

Beispiel. Gesucht die Breite des Mars für das frühere Datum.
Wir übernehmen die Werte:

$$\gamma + x = 338.89 = \gamma'$$
$$a - x = 75.03$$

Mit γ' entnehmen wir die minuta prop. = 0.93. Beim Interpolieren ist zu beachten, dass die Tafel von 6 zu 6 Grad fortschreitet.

Da γ' zwischen 270—0—90° liegt, wählen wie die Spalte + und entnehmen mit $a-x$: latitudo = 0.64

$\times 0.93 = +0^{0}.595 = b♂$.

---

3. Die Breitentafel der Venus.

Bei der Breitentheorie des Merkur und der Venus, welche sich nur wenig unterscheiden, treten neue Komplikationen hinzu. Eine Vereinfachung besteht allerdings zunächst darin, dass bei beiden Planeten die Apsidenlinie senkrecht zur Knotenlinie des Deferenten steht, so dass Apogäum und Perigäum des Deferenten die grössten Breiten haben. Die Knotenlinie ist auch hier unbeweglich, dagegen ist die Neigung der Deferentenebene variabel (Figur 12.). Als ihre mittlere Lage kann man die Ekliptik bezeichnen. Um diese mittlere Lage führt sie eine Schaukelbewegung aus, deren Periode mit einem Umlauf im Deferenten zusammenfällt. Befindet sich der Epicykelmittelpunkt in einem der beiden Knoten, so fällt die Deferentenebene stets mit der Ekliptik zusammen. Befindet er sich in Γ oder Γ', so ist jedesmal gerade das Maximum des Ausschlages erreicht. Die Folge ist, dass der Epicykelmittelpunkt niemals auf die andere Seite der Ekliptik gelangt, sondern dieselbe nur in den beiden Knoten berührt. Der hierdurch entstehende Teil der Breite, welcher bei Venus stets nördlich, bei Merkur stets südlich ist, heisst deviatio deferentis ab ecliptica. Da diese deviatio in den Tafeln von der durch den Epicykel hervorgerufenen Breite völlig getrennt ist und einfach additiv hinzugefügt wird, so werden wir sie auch im folgenden bei Seite lassen und den Deferenten als mit der Ekliptikalebene zusammenfallend betrachten.

Bei Merkur sowohl wie Venus bleibt sich der Epicykel während seines ganzen Umlaufes parallel, besitzt also eine konstante Neigung gegen die Ebene des Deferenten. Die beiden Figuren 13 und 14 sind vom nördlichen Pol der Bahnebene gesehen zu denken. Der Deferent erscheint dann kreisförmig, der gegen ihn geneigte Epicykel dagegen perspektivisch verkürzt, und die Figuren lassen den Sinn dieser Neigung erkennen: Befindet sich der Epicykelmittelpunkt

im Apogäum Γ, und bewegt sich der Planet vom Epicykelapogäum Π vorwärts, so geht er bei der Venus nach Norden, bei Merkur nach Süden.

Die sich selbst parallel bleibende Lage eines frei herumgetragenen Epicykels war aber den Alten bekanntlich eine fremde Anschauung. Man beurteilte vielmehr die jeweilige Stellung des Epicykels nach seiner Neigung zum Visionsradius. Die letztere lässt sich offenbar leicht in die Neigungen um 2 bevorzugte, zu einander senkrechte Durchmesser des Epicykels zerlegen, von denen der eine im Visionsradius liegt, während der andere auf ihm senkrecht steht und die grössten Elongationen hervorbringt. Wir wollen jenen kurz den radialen, diesen den tangentialen Durchmesser des Epicykels nennen. Diese beiden Durchmesser besitzen offenbar eine variable Neigung gegen die Deferentenebene. So ist aus der Figur 13 ersichtlich, dass die Neigung des radialen Durchmessers in Γ und Γ' verschwindet, in ☊ und ☋ dagegen den grössten Betrag erreicht. Dagegen verschwindet die Neigung des tangentialen Durchmessers gerade in ☊ und ☋, während sie in Γ und Γ' den grössten Betrag erreicht. Wo die eine Neigung verschwindet, erreicht die andere stets ihren grössten Betrag.

Bei der Tabulierung ist nun folgendermassen verfahren: In ☊ hängt die Breite offenbar nur noch vom Winkel im Epicykel $\alpha - x$ ab, lässt sich also mit diesem Winkel tabulieren. Dies ist die tabulierte inclinatio, welche also nur für den aufsteigenden Knoten gilt und lediglich durch die grösste Neigung des radialen Durchmessers hervorgerufen wird. Entsprechend ist unter dem Namen reflexio die im Apogäum Γ gültige Breite für alle Werte von $\alpha - x$ tabuliert. Diese ist offenbar lediglich durch die grösste Neigung des tangentialen Durchmessers hervorgerufen. Damit sind wir bereits im Stande, für die beiden Stellungen ☊ und Γ des Epicykelmittelpunktes die Breiten anzugeben. Dieselben Breiten gelten aber mit umgekehrtem Vorzeichen zugleich für ☋ und Γ', da in der Breitentheorie der Venus die Excentricität vernachlässigt, und also die Erde im Mittelpunkt des Deferenten angenommen wird. Damit reduziert sich das Problem auf die Ermittelung der Breite für eine beliebige Lage des Epicykels zwischen ☊ und Γ. In ☊ ist die tabulierte inclinatio voll anzubringen, die reflexio aber garnicht. In Γ ist umgekehrt die reflexio voll anzubringen, die

inclinatio aber garnicht. Der Uebergang von ☊ zu Γ vollzieht sich nun so, dass die inclinatio von ihrem Tafelwert bis Null sinkt, während gleichzeitig die reflexio von Null bis zu ihrem Tafelwerte anwächst. Für eine beliebige Stellung des Epicykels setzt sich also die Breite aus einem Bruchteil der inclinatio und einem solchen der reflexio zusammen. Zur Ermittelung dieser Bruchteile dienen wie früher die minuta proportionalia, welche mit dem Winkel im Deferenten entnommen werden. Doch ist ersichtlich, dass diejenigen für die inclinatio mit einem um 90° verschiedenen Argument entnommen werden müssen, da die Nullstellungen für reflexio und inclinatio um 90° im Deferenten von einander entfernt sind.

Es ist noch zu bemerken, dass die minuta proportionalia auch in sehr einfacher Weise die ersterwähnte deviatio deferentis ergeben. Die grösste deviatio, welche im Perigäum und Apogäum eintritt, beträgt bei Venus 10′ oder $^1/_6{}^0$. Für alle übrigen Stellen des Deferenten ergibt sich nur ein Bruchteil, welcher gleich $^1/_6{}^0 \times$ min. prop. ist.

Hieraus ergibt sich folgendes Schema für die Berechnung einer Venusbreite: bekannt müssen vorliegen: $\gamma + x =$ centrum aequatum
$\alpha - x =$ argumentum aequatum.

Mit $\alpha - x$ entnimm $\begin{cases} \text{declinatio } D \\ \text{und} \\ \text{reflexio } R. \end{cases}$

Mit $\gamma + x + 90$ entnimm minuta proportionalia: p_1
bilde declinatio $\times\, p_1 = (1)$

Für das Vorzeichen von (1) gilt die Regel:

wenn $\alpha - x$ obere Tafelhälfte und $\begin{cases} \gamma + x + 90 \text{ obere T. H. so } - \\ \quad\text{„ untere „ } + \end{cases}$

„ „ untere „ „ $\begin{cases} \text{„ obere „ } + \\ \text{„ untere „ } - \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm nochmals minuta proportionalia: p_2
bilde reflexio $\times\, p_2 = (2)$

Für das Vorzeichen von (2) gilt die Regel:

wenn $\gamma + x$ obere Tafelhälfte und $\begin{cases} \alpha - x < 180 \text{ so } + \\ \quad\text{„} > 180 \text{ „ } - \end{cases}$

„ „ untere „ „ $\begin{cases} \text{„} < 180 \text{ „ } - \\ \text{„} > 180 \text{ „ } + \end{cases}$

bilde endlich $^1/_6 \times p_2 = (3)$, stets $+$.

Dann wird $(1) + (2) + (3) = b$ ♀.

Beispiel. Gesucht die Breite der Venus für das frühere Datum.
Es liege gerechnet vor:

$$\gamma + x = 95^0.53$$
$$\alpha - x = 23^0.01.$$

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir aus Tafel XVI: declinatio $D = 0^0.98$
reflexio $R = 0^0.52$.

Mit $\gamma + x + 90 = 185.53$ entnehmen wir die minuta prop.: $p_1 = 0.99$

daher $(1) = + 0^0.98 \times 0.99 = + 0^0.970$

(+ weil $\alpha - x$ obere, $\gamma + x + 90$ untere Tafelhälfte).

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir nochmals minuta prop.: $p_2 = 0.10$

daher $(2) = + 0^0.52 \times 0.10 = + 0^0.052$

(+ weil $\gamma + x$ untere Taf. Hälfte, und $\alpha - x < 180$).

Drittens wird $(3) = + {}^1/_6 \times 0.10 = + 0.^0017$ (stets +)

$$(1) = + 0.970$$
$$(2) = + 0.052$$
$$(3) = + 0.017$$
$$b ♀ = + 1^0.039$$

---

4. Die Breitentafel des Merkur.

Die Breitentheorie des Merkur ist nur in unwesentlichen Punkten von derjenigen der Venus verschieden. Namentlich ist die Stellung des Epicykels gegen den Deferenten eine andere (Figur 14), was vor allem in den Vorzeichen zur Geltung kommt.

Ferner macht sich bei Merkur die grosse Excentricität geltend, deren Einfluss bei der Venus vernachlässigt war. Für die reflexio, welche bei Venus sowohl für Γ als für Γ' galt, ist hier infolgedessen ein mittlerer Wert R_0 tabuliert, aus welchem man je nach Bedarf die reflexio für das Apogäum Γ durch Multiplikation mit $\frac{9}{10}$, oder diejenige für das Perigäum Γ' durch Multiplikation mit $\frac{11}{10}$ erhält. Endlich wurde schon im vorigen Kapitel bemerkt, dass die deviatio deferentis des Merkur stets südlich ist. Ihr grösster Betrag ist ${}^3/_8{}^0$.

Die Berechnung einer Merkursbreite gestaltet sich demnach folgendermassen.

Bekannt sind: centrum aequatum $\gamma + x$ und argumentum aequatum $\alpha - x$.

Mit $\alpha - x$ entnimm $\begin{cases} \text{declinatio } D \\ \text{reflexio } R_0 \end{cases}$

$$R = \begin{cases} {}^{9}/_{10}\, R_0 \\ {}^{11}/_{10}\, R_0 \end{cases} \text{ wenn } \gamma + x \begin{cases} \text{obere} \\ \text{untere} \end{cases} \text{Tafelhälfte.}$$

Mit $\gamma + x + 270^0$ entnimm die minuta prop. p_1

bilde $(1) = D.\ p_1$

Für das Vorzeichen von (1) gilt die Regel:

wenn $\alpha - x$ obere Tafelhälfte und	$\gamma + x + 270$ obere T. H., so	—
	„ untere „	+
„ untere „ „	„ obere „	+
	„ untere „	—

Mit $\gamma + x + 180^0$ entnimm die minuta proport. p_2

bilde $(2) = R.\ p_2$

Für das Vorzeichen von (2) gilt die Regel:

wenn $\gamma + x + 180^0$ obere T. H. und	$\alpha - x < 180^0$, so	+
	„ > 180 „	—
„ „ untere „	„ < 180 „	—
	„ > 180 „	+

bilde endlich $(3) = {}^3/_8 \,.\, p_2$ (stets —)

Dann wird

$$b\,☿ = (1) + (2) + (3)$$

Beispiel. Gesucht die Breite des Merkur für das frühere Datum. Bekannt sind: $\alpha - x = 263.53$, $\gamma + x = 339.41$,

so dass $\gamma + x + 270 = 249.41$ und $\gamma + x + 180 = 159.41$.

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir: declinatio $D = 0.16$

reflexio $R_0 = 2.27$

${}^1/_{10}\ R_0 = 0.23$

$R = 2.04$

Mit $\gamma + x + 270$ entnehmen wir die minut. prop.:

$p_1 = 0.35$

$\times 0.16$

$(1) = + 0^0.056$

Mit $\gamma + x + 180$ entnehmen wir nochmals die minut. prop.:

$p_2 = 0.93$

$\times 2.04$

$(2) = + 1^0.897$

Endlich wird

$(3) = {}^3/_8 \times 0.93 = - 0.349$

$(1) + (2) = + 1.953$

$b\,☿ = + 1.604$

Verzeichnis der technischen Ausdrücke.

Accessus et recessus sphaerae stellatae der periodische Teil der Gesamtpraecession oder die sogen. Trepidation.

Aequare eine Ungleichung anbringen, korrigieren.

Aequatio periodische Ungleichung. — aeq. argumenti (y) stellt die Elongation des Planeten vom Mittelpunkt seines Epicykels dar und ist mit dem Winkel im Epicykel tabuliert. — aeq. centri (x) stellt die Ungleichung dar, welche durch die excentrische Stellung der Erde im Deferenten hervorgerufen wird.

Aequatio dierum Zeitgleichung.

Argumentum der Winkel im Epicykel, gezählt vom Epicykelapogäum aus. — arg. medium wird vom mittleren Epicykelapog. aus gezählt und wächst gleichförmig. — arg. aequatum, von jenem um x verschieden, wird vom wahren Epicykelapogäum aus gezählt.

Aux Länge des Apogäums. — a. deferentis Länge d. Deferentenapog. — a. epicycli Epicykelapogäum. Aux schlechthin bedeutet stets das Deferentenapogäum. — Radix augis (ω_0) Länge d. Apog. zur Fundamentalepoche (Chr.).

Aux propria (ω) instantane Länge des Apogäums, von ω_0 um die aux communis π verschieden.

Aux communis (π) Gesamtpraecession von Christus bis zum Datum, bestehend aus säkularer Praec. und Trepidation.

Caput draconis aufsteigender Knoten.

Cauda draconis absteigender Knoten.

Centrum Länge des Epicykelmittelpunktes, gezählt vom Apogäum aus. — c. medium mittlere L. etc., wächst gleichförmig. — c. aequatum durch Anbringung von x korrigierte wahre L. des Epicykelmittelp., gezählt vom Apogäum aus.

Centrum aequans, auch punctum aequans oder centrum aequantis, der Punkt M der Figuren, von dem aus die wahre Bewegung im Deferenten gleichförmig erscheint.

Deferent der Kreis auf welchem der Mittelpunkt des Epicykels um die Erde herumgeführt wird, während sich der Planet auf der Peripherie des Epicykels bewegt.

Deviatio (deferentis ab ecliptica) derjenige Teil der Breite bei Venus und Merkur, welcher von der Schaukelbewegung ihrer Deferentenebenen um die Ekliptik als mittlere Lage herrührt. Bei Venus stets nördl., bei Merkur stets südl.

Diversitas aspectus Parallaxe.

Diversitas diametri (epicycli oder circuli brevis) Differenz der für mittlere Entfernung tabulierten aequatio argumenti gegen die beiden entsprechenden Werte, die für grösste (Apog.) und kleinste (Perig.) Entfernung gelten. Daher: in longitudinem longiorem und in longitudinem propiorem.

Epicykel der kleinere Kreis, auf dessen Peripherie der Planet selbst herumgeführt wird, während sein Mittelpunkt sich auf dem Deferenten um die Erde bewegt.

Inclinatio derjenige Teil der Breite bei Venus und Merkur, welcher von der Neigung des radialen Durchmessers des Epicykels hervorgerufen wird.

Locus verus wahre Länge.

Longitudo longior, diese Bezeichnung erhalten alle Grössen, die sich auf die Apogäumshälfte des Deferenten beziehen, in welcher die Entfernungen des Epicykelmittelpunktes von der Erde grösser sind als im Mittel. Entsprechend bezieht sich longitudo propior auf die Perigäumshälfte.

Minuta proportionalia Proportionalfaktoren, mit denen das tabulierte Maximum gewisser Grössen zu multiplizieren ist, um die Zwischenwerte von 0 bis zum Tafelwert zu erhalten.

Motus medius allgemein: mittlere Bewegung, speciell: mittlere Länge, gezählt von ♈ aus. — m. m. capitis draconis die Bewegung des ☊, gezählt in der Richtung dieser Bewegung, also retrogad, von ♈ aus. Daher gleich 360°—verus locus ☊. — m. m. augium et stellarum fixarum der säkulare Teil der Gesamtpraecession.

Punctum aequans siehe centrum aequans.

Radix der Wert der betreffenden Grösse für die Fundamentalepoche, d. i. Christus, daher auch radix incarnationis Christi.

Reflexio derjenige Teil der Breite bei Venus und Merkur, welcher von der Neigung des tangentialen Durchmessers des Epicykels hervorgerufen wird.

Signum die nächst höhere Einheit über dem Grad im strengen sexagesimalen System. Signa physica betragen 60°, signa communia aber nach Analogie der Zeichen des Tierkreises nur 30°.

Trepidation die irrtümlich angenommene periodische Ungleichheit der Praecessionsbewegung.

Numerische Tafeln.

Tafel I. Praecession.

Jahr	Aux communis π	Diff.
1250.0	17°.219	
1260	17.329	110
1270	17.438	109
1280	17.546	108
1290	17.654	108
1300	17.761	107
1310	17.867	106
1320	17.972	105
1330	18.077	105
1340	18.181	104
1350	18.285	104
1360	18.388	103
1370	18.490	102
1380	18.591	101
1390	18.692	101
1400	18.792	100
1410	18.892	100
1420	18.991	99
1430	19.089	98
1440	19.186	97
1450.0	19°.282	96
1460	19.378	96
1470	19.473	95
1480	19.568	95
1490	19.662	94
1500	19.755	93
1510	19.847	92
1520	19.938	91
1530	20.029	91
1540	20.119	90
1550	20.209	90
1560	20.298	89
1570	20.386	88
1580	20.474	88
1590	20.561	87
1600	20.647	86
1610	20.732	85
1620	20.816	84
1630	20.900	84
1640	20.983	83
1650	21.065	82

Tafel II.

Am		sind verflossen*)		Jahres-Bruch
		a	b	
Januar	0	0d	0d	0.00
Februar	„	31	31	0.08
März	„	59	60	0.16
April	„	90	91	0.25
Mai	„	120	121	0.33
Juni	„	151	152	0.41
Juli	„	181	182	0.50
August	„	212	213	0.58
September	„	243	244	0.67
Oktober	„	273	274	0.75
November	„	304	305	0.83
Dezember	„	334	335	0.92

*) a gewöhnliche, b julianische Schaltjahre.

Tafel III.

Radices augium.

	ω_0
☉, ♀	71°.423
☿	190.659
♂	115.204
♃	153.617
♄	233.395

Tafel IV. Mittlere Bewegungen in Jahren.

Jahre	Sonne	Mond		Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn
	$\mu_{☉}$	$\mu_{☽}$	$a_{☽}$	$a_{☿}$	$a_{♀}$	$\mu_{♂}$	$\mu_{♃}$	$\mu_{♄}$
1250.0	287°.280	234°.509	247°.541	353°.73	222°.00	79°.63	302°.95	235°.20
1270.0	287.427	8.072	287.282	8.19	45.65	307.95	190.20	119.89
1290.0	287.574	141.636	327.023	22.65	229.29	176.26	77.44	4.59
1310.0	287.721	275.199	6.763	37.12	52.94	44.58	324.68	249.28
1330.0	287.868	48.762	46.504	51.58	236.59	272.90	211.93	133.97
1350.0	288.015	182.325	86.245	66.04	60.24	141.21	99.17	18.67
1370.0	288.162	315.888	125.985	80.50	243.88	9.53	346.41	263.36
1390.0	288.309	89.452	165.726	94.96	67.53	237.84	233.66	148.05
1410.0	288.456	223.015	205.466	109.42	251.18	106.16	120.90	32.75
1430.0	288.603	356.578	245.207	123.88	74.83	334.48	8.14	277.44
1450.0	288.749	130.141	284.948	138.34	258.47	202.79	255.39	162.13
1470.0	288.896	263.704	324.688	152.80	82.12	71.11	142.63	46.83
1490.0	289.043	37.268	4.429	167.26	265.77	299.42	29.87	291.52
1510.0	289.190	170.831	44.170	181.72	89.42	167.74	277.12	176.22
1530.0	289.337	304.394	83.910	196.19	273.06	36.06	164.36	60.91
1550.0	289.484	77.957	123.651	210.65	96.71	261.37	51.60	305.60
1570.0	289.631	211.521	163.392	225.11	280.36	132.69	298.85	190.30
1590.0	289.778	345.084	203.132	239.57	104.01	1.01	186.09	74.99
1610.0	289.925	118.647	242.873	254.03	287.66	229.32	73.33	319.68
1630.0	290.072	252.210	282.614	268.49	111.30	97.64	320.58	204.38
1650.0	290.219	25.773	322.354	282.95	294.95	325.95	207.82	89.07
1	359.761	129.384	88.721	53.95	225.03	191.28	30.34	12.23
2	359.522	258.768	177.442	107.89	90.06	22.57	60.68	24.45
3	0.268	41.329	279.227	164.95	315.70	214.38	91.11	36.71
4	0.029	170.713	7.948	218.89	180.73	45.66	121.45	48.94
5	359.790	300.097	96.669	272.84	45.76	236.95	151.79	61.17
6	359.551	69.481	185.390	326.78	270.79	68.23	182.13	73.39
7	0.298	212.041	287.175	23.84	136.43	260.04	212.56	85.65
8	0.059	341.425	15.896	77.78	1.46	91.33	242.90	97.88
9	359.820	110.809	104.617	131.73	226.49	282.61	273.24	110.10
10	359.581	240.193	193.338	185.68	91.52	113.90	303.58	122.33
11	0.327	22.754	295.124	242.73	317.16	305.70	334.00	134.59
12	0.088	152.138	23.844	296.68	182.19	136.99	4.35	146.82
13	359.849	281.522	112.565	350.62	47.22	328.27	34.69	159.04
14	359.610	50.906	201.286	44.57	272.25	159.56	65.03	171.27
15	0.357	193.467	303.072	101.62	137.89	351.37	95.45	183.53
16	0.118	322.851	31.793	115.57	2.92	182.65	125.79	195.75
17	359.878	92.235	120.513	209.51	227.95	13.94	156.14	207.98
18	359.639	221.619	209.234	263.46	92.97	205.22	186.48	220.21
19	0.386	4.179	311.020	320.51	318.62	37.03	216.90	232.47
20	0.147	133.563	39.741	14.46	183.65	228.32	247.24	244.69

Tafel V. Mittlere Bewegungen in Tagen, Stunden, Minuten.

	Sonne	Mond		Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn
	$\mu_{☉}$	$\mu_{☽}$	$a_{☽}$	$a_{☿}$	$a_{♀}$	$\mu_{♂}$	$\mu_{♃}$	$\mu_{♄}$
Tage								
1	0°.986	13°.176	13°.065	3°.11	0°.62	0°.52	0°.08	0°.03
2	1.971	26.353	26.130	6.21	1.23	. 1.05	0.17	0.07
3	2.957	39.529	39.195	9.32	1.85	1.57	0.25	0.10
4	3.943	52.706	52.260	12.43	2.47	2.10	0.33	0.13
5	4.928	65.882	65.325	15.53	3.08	2.62	0.42	0.17
6	5.914	79.058	78.390	18.64	3.70	3.14	0.50	0.20
7	6.900	92.235	91.455	21.75	4.32	3.67	0.58	0.23
8	7.885	105.411	104.520	24.85	4.93	4.19	0.66	0.27
9	8.871	118.588	117.585	27.96	5.55	4.72	0.75	0.30
10	9.856	131.764	130.650	31.07	6.17	5.24	0.83	0.33
20	19.713	263.528	261.300	62.13	12.33	10.48	1.66	0.67
30	29.569	35.292	31.950	93.20	18.50	15.72	2.49	1.00
40	39.426	167.056	162.600	124.27	24.66	20.96	3.33	1.34
50	49.282	298.820	293.249	155.34	30.83	26.20	4.16	1.67
60	59.139	70.584	63.899	186.40	36.99	31.44	4.99	2.01
70	68.995	202.348	194.549	217.47	43.16	36.68	5.82	2.34
80	78.852	334.112	325.199	248.54	49.32	41.93	6.65	2.68
90	88.708	105.876	95.849	279.60	55.49	47.17	7.48	3.01
100	98.565	237.639	226.499	310.67	61.65	52.41	8.31	3.35
200	197.129	115.279	92.998	261.34	123.30	104.81	16.63	6.70
300	295.694	352.918	319.497	212.01	184.95	157.22	24.94	10.45
Std.								
1	0.041	0.549	0.544	0.13	0.03	0.02	0.00	
2	0.082	1.098	1.089	0.26	0.05	0.04	0.01	
3	0.123	1.647	1.633	0.39	0.08	0.07	0.01	0.00
4	0.164	2.196	2.178	0.52	0.10	0.09	0.01	0.01
5	0.205	2.745	2.722	0.65	0.13	0.11	0.02	0.01
6	0.246	3.294	3.266	0.78	0.15	0.13	0.02	0.01
7	0.287	3.843	3.811	0.91	0.18	0.15	0 02	0.01
8	0.329	4.392	4.355	1.04	0.21	0.17	0.03	0.01
9	0.370	4.941	4.899	1.16	0.23	0.20	0.03	0.01
10	0.411	5.490	5.444	1.29	0 26	0.22	0.03	0.01
20	0.821	10.980	10.887	2.59	0.51	0.44	0.07	0.03
Min.								
2	0.001	0.018	0.018	0.00				
4	0.003	0.037	0.036	0.01				
6	0.004	0.055	0.054	0.01				
8	0.005	0.073	0.073	0.02				
10	0.007	0.092	0.091	0.02	0.00	0.00		
20	0.014	0.183	0.181	0.04	0.01	0.01		
30	0.021	0.275	0.272	0.06	0.01	0.01		
40	0.027	0.366	0.363	0.09	0.02	0.01		
50	0.034	0.458	0.454	0.11	0.02	0.02	0.00	0.00

Tafel VI. Ungleichheit der Sonne (aequatio solis).

	Aequatio solis			Aequatio solis			Aequatio solis			Aequatio solis	
1	— 0°.036 +	359	46	— 1°.513 +	314	91	— 2.166 +	269	136	— 1.546 +	224
2	0.072	358	47	1.540	313	92	2.167	268	137	1.520	223
3	0.108	357	48	1.566	312	93	2.167	267	138	1.493	222
4	0.143	356	49	1.592	311	94	2.167	266	139	1.464	221
5	0.179	355	50	1.617	310	95	2.166	265	140	1.434	220
6	— 0.215 +	354	51	— 1.642 +	309	96	— 2.164 +	264	141	— 1.404 +	219
7	0.251	353	52	1.666	308	97	2.160	263	142	1.374	218
8	0.286	352	53	1.691	307	98	2.156	262	143	1.344	217
9	0.322	351	54	1.715	306	99	2.151	261	144	1.314	216
10	0.358	350	55	1.737	305	100	2.146	260	145	1.283	215
11	— 0.393 +	349	56	— 1.759 +	304	101	— 2.140 +	259	146	— 1.252 +	214
12	0.429	348	57	1.781	303	102	2.135	258	147	1.221	213
13	0.465	347	58	1 803	302	103	2.128	257	148	1.187	212
14	0.500	346	59	1.824	301	104	2.121	256	149	1.153	211
15	0.536	345	60	1.846	300	105	2.113	255	150	1.119	210
16	— 0.571 +	344	61	— 1.864 +	299	106	— 2.105 +	254	151	— 1.084 +	209
17	0.606	343	62	1.882	298	107	2.097	253	152	1.048	208
18	0.642	342	63	1.902	297	108	2.088	252	153	1.013	207
19	0.677	341	64	1.917	296	109	2.078	251	154	0.978 +	206
20	0.712	340	65	1.936	295	110	2.068	250	155	0.943	205
21	— 0.747 +	339	66	— 1.953 +	294	111	— 2.057 +	249	156	— 0.907 +	204
22	0.782	338	67	1.967	293	112	2.044	248	157	0.871	203
23	0.816	337	68	1.981	292	113	2.029	247	158	0.836	202
24	0.851	336	69	1.995	291	114	2.014	246	159	0.800	201
25	0.884	335	70	2.007	290	115	1.998	245	160	0.765	200
26	— 0.917 +	334	71	— 2.021 +	289	116	— 1.982 +	244	161	— 0.729 +	199
27	0.950	333	72	2.034	288	117	1.966	243	162	0.693	198
28	0.983	332	73	2.045	287	118	1.949	242	163	0.657	197
29	1.016	331	74	2.056	286	119	1.933	241	164	0.621	196
30	1.048	330	75	2.066	285	120	1.916	240	165	0.585	195
31	— 1.079 +	329	76	— 2.077 +	284	121	— 1.896 +	239	166	— 0.548 +	194
32	1.110	328	77	2.088	283	122	1.876	238	167	0.510	193
33	1.141	327	78	2.097	282	123	4.857	237	168	0.472	192
34	1.172	326	79	2.105	281	124	1.837	236	169	0.434	191
35	1.203	325	80	2.113	280	125	1.816	235	170	0.395	190
36	— 1.232 +	324	81	— 2.120 +	279	126	— 1.796 +	234	171	— 0.356 +	189
37	1.261	323	82	2.127	278	127	1.772	233	172	0.317	188
38	1.290	322	83	2.134	277	128	1.748	232	173	0.278	187
39	1.318	321	84	2.141	276	129	1.724	231	174	0.239	186
40	1.347	320	85	2.146	275	130	1.699	230	175	0.199	185
41	— 1.375 +	319	86	— 2.150 +	274	131	— 1.674 +	229	176	— 0.160 +	184
42	1.403	318	87	2.155	273	132	1.649	228	177	0.120	183
43	1.431	317	88	2.159	272	133	1.624	227	178	0.080	182
44	1.458*	316	89	2.163	271	134	1.598	226	179	0.040	181
45	—1.486 +	315	90	— 2.166 +	270	135	— 1.572 +	225	180	— 0.000 +	180

Tafel VII. Ungleichheiten des Mondes.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diamet.	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diamet.	Aequatio argumenti y_0	
1	+ 0°.150 —	0.000	0°.050	— 0°.080 +	359	46	+ 6°.700 —	0.117	1°.700	— 3°.340 +	31
2	0.300		0.083	0.159	358	47	6.833	0.133	1.733	3.399	31
3	0.450		0.117	0.238*	357	48	6.967	0.133	1.750	3.458	31
4	0.600		0.167	0.317	356	49	7.117	0.133	1.783	3.516	31
5	0.750		0.200	0.395	355	50	7.250	0.150	1.800	3.573	31
6	+ 0.883 —	0.000	0.233	— 0.475 +	354	51	+ 7.383 —	0.150	1.817	— 3.628 +	
7	1.033		0.283	0.553	353	52	7.533	0.150	1.850	3.683	
8	1.183		0.317	0.632	352	53	7.667	0.167	1.883	3.736	
9	1.333		0.350	0.710	351	54	7.800	0.167	1.900	3.789	
10	1.483		0.400	0.788	350	55	7.933	0.167	1.933	3.840	
11	+ 1.633 —	0.000	0.433	— 0.867 +	349	56	+ 8.067 —	0.183	1.967	— 3.891 +	
12	1.767	0.017	0.467	0.944	348	57	8.200	0.183	1.983	3.941	
13	1.917	0.017	0.517	1.023	347	58	8.333	0.183	2.017	3.990	
14	2.067	0.017	0.550	1.099	346	59	8.467	0.200	2.033	4.038	
15	2.217	0.017	0.583	1.178	345	60	8.600	0.200	2.050	4.084	
16	+ 2.367 —	0.017	0.633	— 1.254 +	344	61	+ 8.733 —	0.217	2.083	— 4.130 +	
17	2.517	0.017	0.667	1.331	343	62	8.867	0.217	2.100	4.174	
18	2.650	0.017	0.700	1.407	342	63	8.983	0.233	2.117	4.218	297
19	2.800	0.017	0.750	1.483	341	64	9.117	0.233	2.150	4.260	
20	2.950	0.033	0.783	1.559	340	65	9.250	0.250	2.167	4.301	
21	+ 3.083 —	0.033	0.817	— 1.634 +	339	66	+ 9.367* —	0.250	2.200	— 4.340 +	
22	3.233	0.033	0.867	1.709	338	67	9.500	0.250	2.217	4.380	
23	3.383	0.033	0.900	1.783	337	68	9.617	0.267	2.233	4.418	
24	3.517	0.033	0.950	1.856	336	69	9.733	0.267	2.250	4.453	
25	3.667	0.033	0.983	1.931	335	70	9.867	0.283	2.267	4.488	
26	+ 3.817 —	0.033	1.017	— 2.004 +	334	71	+ 9.983 —	0.283	2.283	— 4.523 +	
27	3.950	0.050	1.050	2.077	333	72	10.100	0.300	2.300	4.555	
28	4.100	0.050	1.100	2.149	332	73	10.217	0.300	2.317	4.586	
29	4.250	0.050	1.133	2.221	331	74	10.333	0.317	2.333	4.616	
30	4.383	0.050	1.167	2.291	330	75	10.450	0.317	2.350	4.645	
31	+ 4.533 —	0.050	1.200	— 2.362 +	329	76	+ 10.567 —	0.333	2.367	— 4.673 +	
32	4.683	0.050	1.233	2.432	328	77	10.683	0.333	2.383	4.699	
33	4.817	0.067	1.267	2.501	327	78	10.800	0.350	2.400	4.725	
34	4.967	0.067	1.317	2.570	326	79	10.917	0.350	2.417	4.748	
35	5.117	0.067	1.350	2.638	325	80	11.033	0.367	2.433	4.771	
36	+ 5.250 —	0.067	1.383	— 2.706 +	324	81	+ 11.133 —	0.367	2.450	— 4.790 +	
37	5.400	0.083	1.417	2.773	323	82	11.250	0.367	2.467	4.810	
38	5.550	0.083	1.450	2.838	322	83	11.350	0.383	2.483	4.828	
39	5.683	0.083	1.483	2.904	321	84	11.450	0.383	2.500	4.844	
40	5.833	0.083	1.517	2.969	320	85	11.550	0.400	2.517	4.861	
41	+ 5.983 —	0.100	1.550	— 3.033 +	319	86	+ 11.650 —	0.400	2.533	— 4.875 +	
42	6.117	0.100	1.583	3.096	318	87	11.733	0.417	2.550	4.886	
43	6.267	0.100	1.617	3.159	317	88	11.833	0.417	2.567	4.897	
44	6.417	0.117	1.650	3.221	316	89	11.917	0.433	2.583	4.907	
45	+ 6.550 —	0.117	1.667	— 3.281 +	315	90	+ 12.000 —	0.433	2.600	— 4.915 +	

Tafel VII. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diamet.	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diamet.	Aequatio argumenti y_0	
91	± 12°.083 —	0.450	2°.617	— 4°.922 ±	269	136	± 11°.767 —	0.833	2°.150	— 3°.643 ±	224
92	12.167	0.450	2.617	4.927	268	137	11.633	0.833	2.117	3.582	223
93	12.250	0.467	2.633	4.931	267	138	11.483	0.850	2.083	3.518	222
94	12.333	0.467	2.633	4.932	266	139	11.333	0.850	2.050	3.453	221
95	12.400	0.483	2.633	4.933*	265	140	11.183	0.867	2.017	3.386	220
96	± 12.467 —	0.500	2.633	— 4.933 ±	264	141	± 11.033 —	0.867	1.967	— 3.319 ±	219
97	12.533	0.500	2.633	4.929	263	142	10.883	0.883	1.933	3.251	218
98	12.600	0.517	2.650	4.924	262	143	10.717	0.883	1.900	3.181	217
99	12.650	0.517	2.650	4.918	261	144	10.550	0.883	1.850	3.110	216
100	12.700	0.533	2.650	4.911	260	145	10.367	0.900	1.817	3.037	215
101	± 12.750 —	0.533	2.650	— 4.903 ±	259	146	± 10.183 —	0.900	1.767	— 2.964 ±	214
102	12.800	0.550	2.650	4.894	258	147	10.000	0.900	1.717	2.889	213
103	12.850	0.550	2.667	4.883	257	148	9.800	0.917	1.683	2.814	212
104	12.900	0.567	2.667	4.871	256	149	9.583	0.917	1.633	2.737	211
105	12.933	0.583	2.667	4.856	255	150	9.367	0.917	1.583	2.660	210
106	+ 12.967 —	0.583	2.667	— 4.839 ±	254	151	+ 9.133 —	0.933	1.533	— 2.581 ±	209
107	13.000	0.600	2.667	4.822	253	152	8.883	0.933	1.483	2.502	208
108	13.033	0.600	2.667	4.803	252	153	8.633	0.933	1.433	2.421	207
109	13.067	0.617	2.667	4.782	251	154	8.367	0.933	1.400	2.339	206
110	13.083	0.617	2.650	4.759	250	155	8.083	0.950	1.350	2.257	205
111	± 13.100 —	0.633	2.650	— 4.735 ±	249	156	± 7.800 —	0.950	1.300	— 2.174 ±	204
112	13.117	0.633	2.633	4.709	248	157	7.517	0.950	1.267	2.089	203
113	13.133	0.650	2.633	4.683	247	158	7.233	0.950	1.217	2.005	202
114	13.150	0.650	2.617	4.654	246	159	6.933	0.950	1.167	1.919	201
115	13.150	0.667	2.600	4.625	245	160	6.650	0.967	1.133	1.833	200
116	± 13.133 —	0.667	2.583	— 4.593 ±	244	161	± 6.350 —	0.967	1.083	— 1.745 ±	199
117	13.117	0.683	2.567	4.561	243	162	6.050	0.967	1.033	1.657	198
118	13.100	0.683	2.550	4.526	242	163	5.750	0.967	0.983	1.569	197
119	13.083	0.700	2.533	4.489	241	164	5.450	0.967	0.933	1.481	196
120	13.067	0.717	2.517	4.450	240	165	5.133	0.983	0.867	1.390	195
121	+ 13.050 —	0.717	2.500	— 4.411 +	239	166	± 4.817 —	0.983	0.817	— 1.300 +	194
122	13.017	0.733	2.483	4.370	238	167	4.500	0.983	0.767	1.212	193
123	12.983	0.733	2.450	4.328	237	168	4.183	0.983	0.700	1.119	192
124	12.933	0.750	2.433	4.283	236	169	3.867	0.983	0.650	1.027	191
125	12.883	0.750	2.417	4.237	235	170	3.533	0.983	0.600	0.934	190
126	+ 12.833 —	0.750	2.383	— 4.189 ±	234	171	± 3.200 —	0.983	0.533	— 0.842 ±	189
127	12.767	0.767	2.367	4.141	233	172	2.867	1.000*	0.483	0.749	188
128	12.683	0.767	2.350	4.092	232	173	2.533	1.000*	0.417	0.656	187
129	12.600	0.783	2.317	4.041	231	174	2.183	1.000	0.350	0.396	186
130	12.500	0.783	2.300	3.989	230	175	1.833	1.000	0.300	0.470	185
131	± 12.383 —	0.783	2.283	— 3.934 ±	229	176	± 1.483 —	1.000	0.250	— 0.376 ±	184
132	12.267	0.800	2.250	3.880	228	177	1.117	1.000	0.183	0.283	183
133	12.150	0.800	2.233	3.823	227	178	0.750	1.000	0.133	0.194	182
134	12.033	0.817	2.200	3.764	226	179	0.383	1.000	0.067	0.094	181
135	+ 11.900 —	0.817	2.167	— 3.705 ±	225	180	± 0.000 —	1.000	0.000	— 0.000 ±	180

Tafel VIII. Ungleichheiten des Merkur.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. l	p	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diamet. l	p	Aequatio argumenti y_0	
1	— 0°.05 +	1.00 *l*	0°.03	0°.02	+ 0°.28 —	359	46	— 1°.95 +	0.42 *l*	1°.25	0°.73	+ 12°.08 —	31
2	0.10	1.00	0.07	0.03	0.55	358	47	1.98	0.40	1.27	0.75	12.32	31
3	0.15	1.00	0.08	0.05	0.82	357	48	2.02	0.38	1.30	0.77	12.57	31
4	0.20	0.98	0.12	0.07	1.08	356	49	2.07	0.35	1.33	0.78	12.80	31
5	0.25	0.98	0.15	0.07	1.37	355	50	2.10	0.33	1.37	0.80	13.03	31
6	— 0.28 +	0.98 *l*	0.17	0.08	+ 1.63 —	354	51	— 2.13 +	0.32 *l*	1.38	0.80	+ 13.27 —	30
7	0.33	0.97	0.20	0.10	1.92	353	52	2.17	0.28	1.42	0.82	13.50*	30
8	0.38	0.97	0.23	0.12	2.18	352	53	2.22	0.27	1.45	0.83	13.73	30
9	0.42	0.97	0.25	0.13	2.45	351	54	2.23	0.25	1.47	0.85	13.90	30
10	0.47	0.95	0.28	0.15	2.73	350	55	2.27	0.22	1.50	0.87	14.20	30
11	— 0.50 +	0.95 *l*	0.32	0.17	+ 3.00 —	349	56	— 2.30 +	0.20 *l*	1.53	0.88	+ 14.43 —	30
12	0.55	0.95	0.33	0.18	3.27	348	57	2.32	0.18	1.57	0.90	14.65*	30
13	0.58	0.93	0.37	0.20	3.53	347	58	2.35	0.15	1.60	0.90	14.87	30
14	0.63	0.93	0.38	0.22	3.80	346	59	2.38	0.13	1.63	0.92	15.08	30
15	0.67	0.92	0.40	0.23	4.08	345	60	2.42	0.12	1.65	0.93	15.30	30
16	— 0.72 +	0.92 *l*	0.43	0.25	+ 4.35 —	344	61	— 2.45 +	0.08 *l*	1.68	0.95	+ 15.52 —	29
17	0.75	0.90	0.47	0.27	4.62	343	62	2.48	0.07	1.72	0.97	15.73	29
18	0.80	0.90	0.48	0.28	4.88	342	63	2.52	0.03	1.73	1.00	15.93	29
19	0.83	0.88	0.52	0.30	5.15	341	64	2.55	0.02 *l*	1.77	1.02	16.15	29
20	0.88	0.88	0.55	0.32	5.42	340	65	2.57	0.02* *p*	1.80	1.03	16.35	29
21	— 0.92 +	0.87 *l*	0.57	0.33	+ 5.68 —	339	66	— 2.60 +	0.03 *p*	1.82	1.07	+ 16.55 —	29
22	0.97	0.85	0.60	0.35	5.95	338	67	2.63	0.07	1.85	1.08	16.75	29
23	1.00	0.85	0.63	0.37	6.22	337	68	2.67	0.10	1.88	1.10	16.95	29
24	1.03	0.83	0.65	0.38	6.48	336	69	2.68	0.13	1.90	1.12	17.15	29
25	1.08	0.82	0.68	0.40	6.75	335	70	2.72	0.17	1.93	1.13	17.35	29
26	— 1.13 +	0.80 *l*	0.72	0.40	+ 7.02 —	334	71	— 2.73 +	0.20 *p*	1.97	1.15	+ 17.53 —	28
27	1.17	0.78	0.73	0.42	7.28	333	72	2.75	0.23	1.98	1.18	17.72	2
28	1.22	0.77	0.77	0.43	7.55	332	73	2.78	0.27	2.02	1.20	17.90	2
29	1.25	0.75	0.80	0.45	7.82	331	74	2.80	0.30	2.05	1.22	18.08	2
30	1.28	0.73	0.82	0.47	8.07	330	75	2.82	0.33	2.07	1.23	18.27	2
31	— 1.33 +	0.72 *l*	0.85	0.48	+ 8.33 —	329	76	— 2.83 +	0.37 *p*	2.10	1.25	+ 18.45 —	2
32	1.38	0.70	0.88	0.50	8.58	328	77	2.85	0.40	2.13	1.27	18.62	2
33	1.42	0.68	0.90	0.52	8.83	327	78	2.87	0.42	2.15	1.28	18.78	2
34	1.47	0.67	0.93	0.53	9.10	326	79	2.88	0.45	2.18	1.30	18.95	2
35	1.50	0.65	0.97	0.55	9.35	325	80	2.90	0.48	2.22	1.32	19.12	2
36	— 1.55 +	0.63 *l*	0.98	0.57	+ 9.60 —	324	81	— 2.92 +	0.50 *p*	2.23	1.33	+ 19.27 —	2
37	1.60	0.60	1.02	0.58	9.85	323	82	2.93	0.53	2.25	1.35	19.42	2
38	1.63	0.58	1.03	0.60	10.10	322	83	2.95	0.57	2.30	1.37	19.57	2
39	1.67	0.57	1.07	0.62	10.35	321	84	2.97	0.58	2.32	1.38	19.73	2
40	1.72	0.55	1.08	0.63	10.60	320	85	2.97	0.62	2.35	1.40	19.88	2
41	— 1.75 +	0.53 *l*	1.12	0.65	+ 10.85 —	319	86	— 2.98 +	0.63 *p*	2.38	1.42	+ 20.03 —	2
42	1.78	0.52	1.13	0.67	11.10	318	87	2.98	0.67	2.40	1.43	20.17	2
43	1.83	0.48	1.17	0.68	11.35	317	88	3.00	0.68	2.43	1.45	20.30	2
44	1.87	0.47	1.20	0.70	11.60	316	89	3.00	0.72	2.47	1.47	20.42	2
45	— 1.90 +	0.45 *l*	1.22	0.72	+ 11.83 —	315	90	— 3.02 +	0.73 *p*	2.48	1.48	+ 20.55 —	2

Tafel VIII. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. L	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. L	$p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	— 3°.02 +	0.77 p	2°.52	1°.50	+ 20°.67 —	269	136	— 2°.15 +	0.93 p	3°.13	2°.02	+ 19°.62 —	224
92	3.02	0.78	2.55	1.52	20.78	268	137	2.12	0.92	3.12	2.00	19.40	223
93	3.03	0.80	2.57	1.53	20.90	267	138	2.07	0.92	3.10	2.00	19.17	222
94	3.03	0.82	2.60	1.55	21.02	266	139	2.03	0.90	3.08	2.00	18.92	221
95	3.03	0.83	2.63	1.57	21.12	265	140	2.00	0.90	3.07	2.00	18.67	220
96	— 3.03 +	0.83 p	2.65	1.58	+ 21.22 —	264	141	— 1.95 +	0.88 p	3.03	2.00	+ 18.40 —	219
97	3.03	0.85	2.68	1.60	21.32	263	142	1.92	0.88	3.02	1.98	18.12	218
98	3.02	0.87	2.72	1.62	21.40	262	143	1.87	0.87	2.98	1.98	17.83	217
99	3.02	0.88	2.73	1.63	21.48	261	144	1.82	0.87	2.95	1.97	17.53	216
00	3.02	0.90	2.77	1.65	21.57	260	145	1.78	0.85	2.92	1.95	17.23	215
01	— 3.00 +	0.92 p	2.80	1.67	+ 21.63 —	259	146	— 1.73 +	0.85 p	2.88	1.92	+ 16.92 —	214
02	3.00*	0.93	2.82	1.68	21.70	258	147	1.68	0.83	2.85	1.88	16.58	213
03	2.98	0.93	2.83	1.70	21.77	257	148	1.63	0.82	2.80	1.85	16.23	212
04	2.98	0.95	2.87	1.72	21.82	256	149	1.58	0.82	2.75	1.82	15.88	211
05	2.97	0.95	2.88	1.73	21.87	255	150	1.53	0.80	2.70	1.78	15.52	210
06	— 2.97 +	0.97 p	2.92	1.75	+ 21.92 —	254	151	— 1.50 +	0.80 p	2.65	1.75	+ 15.13* —	209
07	2.95	0.97	2.95	1.77	21.95	253	152	1.45	0.78	2.60	1.72	14.73	208
08	2.93	0.97	2.97	1.78	21.98	252	153	1.40	0.78	2.53	1.68	14.33	207
09	2.92	0.98	3.00	1.80	22.00	251	154	1.35	0.77	2.48	1.65	13.92	206
10	2.90	0.98	3.02	1.82	22.02	250	155	1.30	0.77	2.42	1.62	13.48	205
11	— 2.88 +	0.98 p	3.03*	1.83	+ 22.03 —	249	156	— 1.25 +	0.75 p	2.35	1.57	+ 13.05 —	204
12	2.87	0.98	3.05*	1.85	22.03	248	157	1.20	0.75	2.28	1.53	12.60	203
13	2.85	1.00	3.05	1.87	22.02	247	158	1.15	0.73	2.22	1.48	12.15	202
14	2.83	1.00	3.07	1.88	22.00	246	159	1.10	0.73	2.15	1.43	11.68	201
15	2.82	1.00	3.07	1.90	21.98	245	160	1.05	0.72	2.08	1.38	11.20	200
16	— 2.80 +	1.00 p	3.08	1.92	+ 21.97 —	244	161	— 1.00 +	0.72 p	2.00	1.33	+ 10.72 —	199
17	2.77	1.00	3.10	1.92	21.93	243	162	0.95	0.72	1.92	1.28	10.22	198
18	2.75	1.00	3.10	1.93	21.88	242	163	0.90	0.70	1.83	1.23	9.72	197
19	2.72	1.00	3.12	1.95	21.83	241	164	0.85	0.70	1.73	1.18	9.20	196
20	2.68	1.00	3.13	1.95	21.78	240	165	0.80	0.70	1.63	1.12	8.67	195
21	— 2.65 +	1.00 p	3.13	1.97	+ 21.72 —	239	166	— 0.75 +	0.70 p	1.53	1.07	+ 8.12 —	194
22	2.62	1.00	3.15	1.97	21.63	238	167	0.70	0.68	1.43	1.00	7.57	193
23	2.58	1.00	3.15	1.97	21.55	237	168	0.65	0.68	1.32	0.93	7.02	192
24	2.57	0.98	3.15	1.98	21.45	236	169	0.58	0.68	1.22	0.87	6.45	191
25	2.53	0.98	3.17	1.98	21.35	235	170	0.53	0.68	1.12	0.78	5.88	190
26	— 2.50 +	0.98 p	3.17	1.98	+ 21.25 —	234	171	— 0.47 +	0.68 p	1.02	0.72	+ 5.32 —	189
27	2.47	0.98	3.18	2.00	21.13	233	172	0.42	0.68	0.92	0.63	4.73	188
28	2.43	0.97	3.18	2.00	21.02	232	173	0.37	0.67	0.80	0.55	4.17	187
29	2.40	0.97	3.20	2.00	20.88	231	174	0.32	0.67	0.70	0.47	3.58	186
30	2.37	0.97	3.20	2.00	20.73	230	175	0.27	0.67	0.58	0.40	3.00	185
31	— 2.33 +	0.95 p	3.20	2.02	+ 20.58 —	229	176	— 0.22* +	0.67 p	0.47	0.32	+ 2.40 —	184
32	2.30	0.95	3.18	2.02	20.42	228	177	0.15	0.67	0.35	0.23	1.80	183
33	2.27	0.95	3.18	2.02	20.23	227	178	0.10	0.67	0.23	0.17	1.20	182
34	2.23	0.93	3.17	2.02	20.03	226	179	0.05	0.67	0.12	0.08	0.60	181
35	— 2.18 +	0.93 p	3.15	2.02	+ 19.83 —	225	180	— 0.00 +	0.67 p	0.00	0.00	+ 0.00 —	180

Tafel IX. Ungleichheiten der Venus.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0
1	− 0°.03 +	1.00 l	0°.00*	0.00	+ 0.43 −	359	46	− 1°.52 +	0.70 l	0°.23	0°.23	+ 19°.05 −
2	0.05	1.00	0.02*	0.02	0.85	358	47	1.53	0.70	0.25	0.25	19.45
3	0.10	1.00	0.02	0.02	1.27	357	48	1.57	0.68	0.25	0.25	19.85
4	0.15	1.00	0.02	0.02	1.68	356	49	1.60	0.67	0.25	0.25	20.25
5	0.18	1.00	0.02	0.03	2.10	355	50	1.62	0.67	0.27	0.27	20.65
6	− 0.22 +	1.00 l	0.02	0.03	+ 2.52 −	354	51	− 1.65 +	0.65 l	0.27	0.27	+ 21.05 −
7	0.25	1.00	0.02	0.03	2.93	353	52	1.67	0.63	0.27	0.27	21.45
8	0.28	0.98	0.02	0.05	3.35	352	53	1.70	0.62	0.28	0.28	21.85
9	0.32	0.98	0.03	0.05	3.77	351	54	1.72	0.60	0.28	0.28	22.25
10	0.35	0.98	0.03	0.05	4.18	350	55	1.73	0.58	0.28	0.28	22.65
11	− 0.40 +	0.98 l	0.03	0.07	+ 4.60 −	349	56	− 1.77 +	0.57 l	0.30	0.30	+ 23.05 −
12	0.43	0.98	0.05	0.07	5.02	348	57	1.78	0.55	0.30	0.30	23.45
13	0.47	0.97	0.05	0.07	5.43	347	58	1.80	0.53	0.30	0.30	23.85
14	0.50	0.97	0.05	0.08	5.85	346	59	1.83	0.52	0.32	0.32	24.25
15	0.53	0.97	0.07	0.08	6.27	345	60	1.85	0.50	0.32	0.32	24.63
16	− 0.57 +	0.95 l	0.07	0.08	+ 6.68 −	344	61	− 1.87 +	0.48 l	0.32	0.32	+ 25.03 −
17	0.60	0.95	0.08	0.10	7.10	343	62	1.88	0.47	0.33	0.33	25.42
18	0.63	0.95	0.08	0.10	7.52	342	63	1.90	0.45	0.33	0.33	25.80
19	0.68	0.93	0.08	0.10	7.93	341	64	1.92	0.43	0.33	0.35	26.18
20	0.72	0.93	0.10	0.12	8.35	340	65	1.93	0.42	0.35	0.35	26.57
21	− 0.75 +	0.93 l	0.10	0.12	+ 8.77 −	339	66	− 1.95 +	0.40 l	0.35	0.37	+ 26.95 −
22	0.78	0.92	0.10	0.12	9.18	338	67	1.97	0.38	0.37	0.37	27.33
23	0.82	0.92	0.12	0.13	9.60	337	68	1.98	0.37	0.37	0.38	27.72
24	0.85	0.92	0.12	0.13	10.02	336	69	2.00	0.35	0.38	0.38	28.10
25	0.88	0.90	0.12	0.13	10.43	335	70	2.02	0.33	0.38	0.40	28.48
26	− 0.92 +	0.90 l	0.13	0.15	+ 10.85 −	334	71	− 2.02 +	0.32 l	0.40	0.40	+ 28.87 −
27	0.95	0.88	0.13	0.15	11.27	333	72	2.03	0.30	0.40	0.42	29.23
28	0.98	0.88	0.13	0.15	11.68	332	73	2.05	0.27	0.42	0.42	29.62
29	1.02	0.87	0.15	0.17	12.10	331	74	2.05	0.25	0.42	0.43	29.98
30	1.05	0.87	0.15	0.17	12.50	330	75	2.07	0.23	0.42	0.45	30.35
31	− 1.08 +	0.85 l	0.15	0.17	+ 12.92 −	329	76	− 2.08 +	0.22 l	0.43	0.45	+ 30.72 −
32	1.12	0.85	0.17	0.18	13.33	328	77	2.08	0.20	0.43	0.47	31.08
33	1.15	0.83	0.17	0.18	13.73	327	78	2.10	0.18	0.43	0.47	31.45
34	1.17	0.83	0.17	0.18	14.15	326	79	2.10	0.17	0.45	0.48	31.82
35	1.20	0.82	0.18	0.18	14.57	325	80	2.12	0.15	0.45	0.48	32.18
36	− 1.23 +	0.82 l	0.18	0.20	+ 14.97 −	324	81	− 2.12 +	0.13 l	0.47	0.50	+ 32.55 −
37	1.27	0.80	0.18	0.20	15.38	323	82	2.13	0.12	0.47	0.50	32.92
38	1.28	0.80	0.20	0.20	15.80	322	83	2.13	0.10	0.48	0.52	33.28
39	1.32	0.78	0.20	0.20	16.20	321	84	2.15	0.08	0.50	0.52	33.63
40	1.35	0.78	0.20	0.22	16.62	320	85	2.15	0.07	0.50	0.53	34.00
41	− 1.37 +	0.77 l	0.22	0.22	+ 17.02 −	319	86	− 2.15 +	0.05 l	0.52	0.53	+ 34.35 −
42	1.40	0.75	0.22	0.22	17.42	318	87	2.17	0.03	0.53	0.55	34.70
43	1.43	0.75	0.22	0.22	17.83	317	88	2.17	0.02 l	0.53	0.55	35.05
44	1.45	0.73	0.23	0.23	18.23	316	89	2.17	0.00*	0.55	0.57	35.40
45	− 1.48 +	0.72	0.23	0.23	+ 18.63 −	315	90	− 2.17 +	0.02 p	0.55	0.57	+ 35.73 −

Tafel IX. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	− 2°.17 +	0.05 p	0°.57	0°.58	+ 36°.07 −	269	136	− 1°.55 +	0.75 p	1°.18	1°.27	+ 45°.98 −	224
92	2.17	0.07	0.58	0.60	36.40	268	137	1.52	0.77	1.20	1.28	45.97	223
93	2.17	0.08	0.58	0.62	36.73	267	138	1.50	0.78	1.23	1.32	45.95	222
94	2.17	0.10	0.60	0.62	37.07	266	139	1.47	0.78	1.25	1.33	45.92	221
95	2.17	0.12	0.60	0.63	37.38	265	140	1.43	0.80	1.28	1.35	45.85	220
96	− 2.17 +	0.13 p	0.62	0.63	+ 37.72 −	264	141	− 1.40 +	0.80 p	1.32	1.38	+ 45.77 −	219
97	2.17	0.15	0.62	0.65	38.03	263	142	1.38	0.82	1.35	1.40	45.65	218
98	2.17	0.17	0.63	0.67	38.35	262	143	1.35	0.82	1.38	1.42	45.52	217
99	2.15	0.18	0.63	0.67	38.67	261	144	1.32	0.83	1.40	1.45	45.35	216
100	2.15	0.20	0.65	0.68	38.98	260	145	1.28	0.83	1.43	1.47	45.15	215
101	− 2.15 +	0.22 p	0.65	0.70	+ 39.28 −	259	146	− 1.25 +	0.85 p	1.47	1.50	+ 44.92 −	214
102	2.13	0.23	0.67	0.72	39.58	258	147	1.22	0.85	1.48	1.53	44.65	213
103	2.13	0.25	0.68	0.72	39.88	257	148	1.18*	0.87	1.52	1.57	44.35	212
104	2.12	0.27	0.68	0.73	40.18	256	149	1.15*	0.87	1.53	1.60	44.02	211
105	2.12	0.28	0.70	0.75	40.48	255	150	1.12	0.88	1.55	1.63	43.65	210
106	− 2.10 +	0.30 p	0.70	0.77	+ 40.77 −	254	151	− 1.08 +	0.88 p	1.58	1.67	+ 43.25 −	209
107	2.10	0.32	0.72	0.78	41.05	253	152	1.05	0.90	1.60	1.70	42.80	208
108	2.08	0.33	0.73	0.78	41.33	252	153	1.02	0.90	1.62	1.73	42.30	207
109	2.08	0.35	0.75	0.80	41.62	251	154	0.98	0.92	1.63	1.77	41.75	206
110	2.07	0.37	0.77	0.82	41.88	250	155	0.95	0.92	1.65	1.78	41.13	205
111	− 2.07 +	0.38 p	0.78	0.83	+ 42.15 −	249	156	− 0.92 +	0.93 p	1.65	1.80	+ 40.47 −	204
112	2.05	0.40	0.80	0.85	42.40	248	157	0.87	0.93	1.67	1.82	39.77	203
113	2.03	0.42	0.82	0.87	42.65	247	158	0.83	0.93	1.67	1.83	38.97	202
114	2.02	0.43	0.83	0.87	42.88	246	159	0.80	0.95	1.68	1.85	38.12	201
115	2.00	0.45	0.85	0.88	43.12	245	160	0.77	0.95	1.68	1.85	37.20	200
116	− 1.98 +	0.47 p	0.85	0.90	+ 43.35 −	244	161	− 0.73 +	0.95 p	1.70	1.87	+ 36.20 −	199
117	1.97	0.48	0.87	0.92	43.58	243	162	0.70	0.95	1.70	1.87	35.12	198
118	1.95	0.50	0.88	0.93	43.80	242	163	0.67	0.97	1.68	1.87	33.95	197
119	1.93	0.52	0.90	0.93	44.02	241	164	0.62	0.97	1.67	1.85	32.73	196
120	1.92	0.52	0.90	0.95	44.22	240	165	0.58	0.97	1.63	1.83	31.40	195
121	− 1.90 +	0.53 p	0.92	0.97	+ 44.42 −	239	166	− 0.55 +	0.97 p	1.60	1.80	+ 29.97 −	194
122	1.88	0.55	0.93	0.98	44.60	238	167	0.52	0.97	1.57	1.77	28.42	193
123	1.87	0.57	0.95	1.00	44.78	237	168	0.47	0.98	1.52	1.72	26.77	192
124	1.83	0.58	0.97	1.02	44.95	236	169	0.43	0.98	1.47	1.63	25.03	191
125	1.82*	0.60	0.98	1.03	45.10	235	170	0.40	0.98	1.40	1.55	23.20	190
126	− 1.80* +	0.62 p	1.00	1.05	+ 45.23 −	234	171	− 0.35 +	0.98 p	1.32	1.45	+ 21.25 −	189
127	1.77	0.63	1.02	1.08	45.35	233	172	0.32	0.98	1.20	1.35	19.18	188
128	1.75	0.65	1.03	1.10	45.45	232	173	0.28	0.98	1.07	1.23	17.03	187
129	1.73	0.67	1.05	1.13	45.55	231	174	0.23	1.00	0.95	1.10	14.78	186
130	1.70	0.67	1.07	1.15	45.65	230	175	0.20	1.00	0.80	0.95	12.43	185
131	− 1.68 +	0.68 p	1.08	1.17	+ 45.75 −	229	176	− 0.17 +	1.00 p	0.67	0.77	+ 10.07 −	184
132	1.65	0.70	1.10	1.18	45.83	228	177	0.12	1.00	0.52	0.58	7.63	183
133	1.63	0.72	1.12	1.20	45.90	227	178	0.08	1.00	0.35	0.40	5.15	182
134	1.60	0.73	1.15	1.22	45.95	226	179	0.05	1.00	0.18	0.20	2.60	181
135	− 1.57 +	0.73 p	1.17	1.25	+ 45.98 −	225	180	− 0.00 +	1.00 p	0.00	0.00	+ 0.00 −	180

Tafel X. Ungleichheiten des Mars.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	Divers. diam. $p.$	Aequatio argumenti y_0	
1	− 0°.18 +	1.00 l	0°.03	0°.03	+ 0°.40 −	359
2	0.37	1.00	0.05	0.05	0.70	358
3	0.55	1.00	0.07	0.07	1.20	357
4	0.73	1.00	0.10	0.10	1.60	356
5	0.92	1.00	0.12	0.12	2.00	355
6	− 1.08 +	1.00 l	0.13	0.15	+ 2.40 −	354
7	1.27	0.98	0.17	0.17	2.80	353
8	1.45	0.98	0.18	0.20	3.20	352
9	1.63	0.98	0.20	0.22	3.60	351
10	1.82	0.98	0.23	0.25	3.98	350
11	− 2.00 +	0.98 l	0.25	0.27	+ 4.38 −	349
12	2.17	0.98	0.27	0.30	4.77	348
13	2.35	0.97	0.30	0.33	5.17	347
14	2.53	0.97	0.32	0.35	5.57	346
15	2.70	0.97	0.33	0.38	5.95	345
16	− 2.88 +	0.95 l	0.37	0.40	+ 6.35 −	344
17	3.05	0.95	0.38	0.43	6.73	343
18	3.22	0.95	0.40	0.47	7.13	342
19	3.40	0.93	0.43	0.48	7.53	341
20	3.58	0.93	0.45	0.52	7.93	340
21	− 3.75 +	0.93 l	0.47	0.53	+ 8.32 −	339
22	3.93	0.92	0.50	0.57	8.72	338
23	4.10	0.92	0.53	0.58	9.10	337
24	4.27	0.92	0.55	0.62	9.50	336
25	4.43	0.90	0.58	0.63	9.90	335
26	− 4.60 +	0.90 l	0.62	0.67	+ 10.30 −	334
27	4.77	0.88	0.63	0.68	10.68	333
28	4.93	0.88	0.67	0.72	11.08	332
29	5.10	0.87	0.68	0.73	11.47	331
30	5.27	0.87	0.70	0.77	11.85	330
31	− 5.43 +	0.85 l	0.73	0.80	+ 12.25 −	329
32	5.60	0.85	0.75	0.83	12.63	328
33	5.75	0.83	0.78	0.85	13.02	327
34	5.92	0.83	0.80	0.88	13.42	326
35	6.07	0.82	0.83	0.92	13.80	325
36	− 6.22 +	0.82 l	0.85	0.93	+ 14.18 −	324
37	6.37	0.80	0.88	0.97	14.57	323
38	6.52	0.78	0.90	1.00	14.95	322
39	6.67	0.78	0.93	1.02	15.33	321
40	6.82	0.77	0.95	1.05	15.72	320
41	− 6.97 +	0.75 l	0.98	1.08	+ 16.10 −	319
42	7.12	0.75	1.00	1.10	16.48	318
43	7.27	0.73	1.03	1.13	16.87	317
44	7.40	0.73	1.05	1.17	17.25	316
45	− 7.53 +	0.72	1.08	1.18	+ 17.63 −	315

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	Divers. diam. $p.$	Aequatio argumenti y_0	
46	− 7°.68 +	0.70 l	1°.10	1°.22	+ 18°.02 −	314
47	7.82	0.68	1.13	1.25	18.40	31
48	7.95	0.67	1.15	1.27	18.77	31
49	8.08	0.67	1.18	1.30	19.15	31
50	8.22	0.65	1.20	1.33	19.52	31
51	− 8.33 +	0.63 l	1.23	1.37	+ 19.88 −	30
52	8.45	0.62	1.25	1.40	20.27	30
53	8.58	0.60	1.28	1.43	20.63	30
54	8.70	0.58	1.30	1.47	21.00	30
55	8.83	0.57	1.33	1.50	21.38	30
56	− 8.95 +	0.55 l	1.35	1.53	+ 21.75 −	30
57	9.07	0.53	1.38	1.57	22.12	30
58	9.18	0.52	1.40	1.60	22.48	30
59	9.30	0.50	1.43	1.63	22.85	30
60	9.40	0.50	1.45	1.67	23.22	30
61	− 9.52 +	0.48 l	1.48	1.70	+ 23.58 −	29
62	9.62	0.47	1.50	1.73	23.95	29
63	9.72	0.45	1.53	1.77	24.30	29
64	9.82	0.43	1.57	1.80	24.67	29
65	9.92	0.42	1.60	1.83	25.02	29
66	− 10.00 +	0.40 l	1.62	1.88	+ 25.37 −	29
67	10.08	0.38	1.65	1.92	25.73	29
68	10.17	0.37	1.68	1.95	26.08	29
69	10.25	0.35	1.72	1.98	26.43	29
70	10.33	0.33	1.75	2.02	26.78	29
71	− 10.42 +	0.32 l	1.78	2.05	+ 27.13 −	28
72	10.48	0.28	1.82	2.10	27.48	28
73	10.57	0.27	1.85	2.13	27.83	28
74	10.63	0.25	1.88	2.17	28.18	28
75	10.70	0.23	1.92	2.20	28.52	28
76	− 10.77 +	0.22 l	1.95	2.23	+ 28.87 −	28
77	10.83	0.20	1.98	2.27	29.20	28
78	10.88	0.18	2.02	2.32	29.53	28
79	10.95	0.17	2.05	2.35	29.87	28
80	11.00	0.15	2.08	2.38	30.20	28
81	− 11.05 +	0.13 l	2.13	2.43	+ 30.53 −	27
82	11.10	0.12	2.17	2.47	30.87	27
83	11.15	0.08	2.20	2.50	31.18	27
84	11.20	0.07	2.23	2.55	31.50	27
85	11.25	0.05	2.27	2.58	31.82	27
86	− 11.28 +	0.03 l	2.30	2.63	+ 32.13 −	27
87	11.32	0.02 l	2.33	2.68	32.45	27
88	11.35	0.02 p	2.38	2.72	32.77	27
89	11.37	0.03	2.42	2.77	33.07	27
90	− 11.38 +	0.05 p	2.45	2.82	+ 33.37 −	27

Tafel X. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diamet. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0	
1	− 11°.38 +	0.07 p	2°.50	2°.87	+ 33°.67 −	269	136	− 8°.53 +	0.72 p	4°.80	6°.02	+ 40°.92 −	224
2	11.40	0.08	2.53	2.92	33.97	268	137	8.38	0.73	4.87	6.13	40.83	223
3	11.40	0.10	2.58	2.95	34.25	267	138	8.23	0.75	4.93	6.25	40.75	222
4	11.40	0.12	2.62	3.00	34.53	266	139	8.08	0.77	4.98	6.35	40.65	221
5	11.40	0.13	2.65	3.05	34.82	265	140	7.93	0.77	5.05	6.45	40.52	220
6	− 11.40 +	0.15 p	2.70	3.10	+ 35.10 −	264	141	− 7.78 +	0.78 p	5.12	6.57	+ 40.35 −	219
7	11.38	0.17	2.73	3.15	35.38	263	142	7.62	0.78	5.18	6.68	40.13	218
8	11.38	0.18	2.78	3.20	35.67	262	143	7.45*	0.80	5.25	6.78	39.88	217
9	11.37	0.20	2.82	3.25	35.93	261	144	7.28	0.80	5.30	6.88	39.62	216
0	11.35	0.22	2.85	3.32	36.20	260	145	7.12	0.82	5.37	6.98	39.33	215
1	− 11.33 +	0.23 p	2.90	3.37	+ 36.47 −	259	146	− 6.95 +	0.82 p	5.42	7.10	+ 39.02 −	214
2	11.32	0.25	2.93	3.42	36.72	258	147	6.78	0.83	5.47	7.20	38.67	213
3	11.28	0.27	2.98	3.47	36.97	257	148	6.62	0.83	5.50	7.30	38.27	212
4	11.25	0.27	3.02	3.53	37.22	256	149	6.43	0.85	5.53	7.40	37.85	211
5	11.22	0.28	3.07	3.60	37.45	255	150	6.27	0.85	5.57	7.50	37.42	210
6	− 11.18 +	0.30 p	3.12	3.65	+ 37.68 −	254	151	− 6.08 +	0.87 p	5.60	7.58	+ 36.95 −	209
7	11.15	0.32	3.17	3.72	37.92	253	152	5.90	0.87	5.62	7.67	36.42	208
8	11.10	0.33	3.22	3.78	38.15	252	153	5.72	0.88	5.63	7.75	35.87	207
9	11.05	0.35	3.27	3.83	38.38	251	154	5.53	0.88	5.63	7.83	35.25	206
0	11.00	0.37	3.32	3.90	38.60	250	155	5.35	0.90	5.63	7.90	34.58	205
1	− 10.95 +	0.37 p	3.37	3.97	+ 38.82 −	249	156	− 5.15 +	0.92 p	5.63	7.97	+ 33.87 −	204
2	10.88	0.38	3.42	4.02	39.02	248	157	4.95	0.92	5.62	8.00	33.12	203
3	10.82	0.40	3.47	4.08	39.22	247	158	4.75	0.93	5.60	8.03	32.33	202
4	10.75	0.42	3.53	4.15	39.40	246	159	4.53	0.93	5.57	8.05	31.50	201
5	10.68	0 43	3.58	4.22	39.58	245	160	4.33	0.95	5.50	8.03	30.60	200
6	− 10.62 +	0.45 p	3.65	4.28	+ 39.75 −	244	161	− 4.13 +	0.95 p	5.42	8.00	+ 29.63 −	199
7	10.55	0.45	3.72	4.35	39.93	243	162	3.92	0.97	5.30	7.97	28.58	198
8	10.48	0.47	3.77	4.43	40.08	242	163	3.72	0.97	5.17	7.92	27.47	197
9	10.42	0.48	3.83	4.50	40.23	241	164	3.52	0.97	5.02	7.85	26.27	196
0	10.35	0.50	3.90	4.58	40.38	240	165	3.30	0.97	4.87	7.78	25.05	195
1	− 10.28 +	0.50 p	3.95	4.67	+ 40.50 −	239	166	− 3.08 +	0.97 p	4.68	7.57	+ 23.75 −	194
2	10.20	0.52	4.00	4.75	40.62	238	167	2.87	0.98	4.50	7.43	22.40	193
3	10.10	0.53	4.07	4.83	40.73	237	168	2.65	0.98	4.20	7.10	21.00	192
4	10.00	0.55	4.12	4.92	40.82	236	169	2.43	0.98	4.07	6.70	19.48	191
5	9.90	0.57	4.17	5.00	40.90	235	170	2.22	0.98	3.80	6.27	17.97	190
6	− 9.80 +	0.58 p	4.23	5.08	+ 40.98 −	234	171	− 1.98 +	0.98 p	3.53	5.82	+ 16.43 −	189
7	9.68	0.60	4.28	5.17	41.03	233	172	1.77	0.98	3.20	5.37	14.75	188
8	9.57	0.62	4.35	5.25	41.08	232	173	1.55	0.98	2.83	4.90	13.02	187
9	9.45	0.63	4 40	5.35	41.13	231	174	1.33	0.98	2.45	4.43	11.25	186
0	9.33	0.65	4.47	5.43	41.15	230	175	1.12	1.00	2.07	3.77	9.45	185
1	− 9.22 +	0.67 p	4.52	5.52	+ 41.17 −	229	176	− 0.90 +	1.00 p	1.67	3.05	+ 7.62 −	184
2	9.08	0.68	4.58	5.62	41.17	228	177	0.67	1,00	1.27	2.33	5.75	183
3	8.95	0.68	4.63	5.72	41.12	227	178	0.45	1.00	0.85	1.57	3.87	182
4	8.82	0.70	4.68	5.82	41.07	226	179	0.23	1.00	0.43	0.78	1.95	181
5	− 8.68 +	0.70 p	4.75	5.92	+ 41.00 −	225	180	− 0.00 +	1.00 p	0.00	0.00	+ 0.00 −	180

Tafel XI. Ungleichheiten des Jupiter.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0	
1	−0°.10+	1.00 l	0°.00	0°.00	+0°.17−	359	46	−4°.13+	0.72 l	0°.25	0°.28	+6.95*−	314
2	0.20	1.00	0.02	0.02	0.33	358	47	4.20	0.70	0.27	0.28	7.08	313
3	0.30	1.00	0.02	0.02	0.48	357	48	4.27	0.68	0.27	0.30	7.20	312
4	0.40	1.00	0.02	0.02	0.65	356	49	4.33	0.67	0.27	0.30	7.33	311
5	0.50*	1.00	0.03	0.03	0.82	355	50	4.40	0.65	0.28	0.32	7.47	310
6	−0.60+	1.00 l	0.03	0.03	+0.97−	354	51	−4.47+	0.63 l	0.28	0.32	+7.58−	309
7	0.70	1.00	0.03	0.03	1.13	353	52	4.53	0.62	0.28	0.32	7.72	308
8	0.80	1.00	0.05	0.05	1.30	352	53	4.60	0.60	0.30	0.33	7.83	307
9	0.88	1.00	0.05	0.05	1.47	351	54	4.65	0.58	0.30	0.33	7.95	306
10	0.98	1.00	0.05	0.05	1.62	350	55	4.72	0.57	0.30	0.33	8.07	305
11	−1.08+	1.00 l	0.07	0.07	+1.78−	349	56	−4.78+	0.55 l	0.32	0.35	+8.18−	304
12	1.18	1.00	0.07	0.07	1.95	348	57	4.83	0.55	0.32	0.35	8.28	303
13	1.28	0.98	0.07	0.08	2.10	347	58	4.90	0.53	0.32	0.35	8.40	302
14	1.38	0.98	0.08	0.08	2.25	346	59	4.97	0.52	0.33	0.37	8.52	301
15	1.47	0.98	0.08	0.08	2.40	345	60	5.02	0.50	0.33	0.37	8.62	300
16	−1.57+	0.98 l	0.08	0.10	+2.57−	344	61	−5.08+	0.48 l	0.33	0.37	+8.73−	299
17	1.67	0.97	0.10	0.10	2.72	343	62	5.15	0.47	0.35	0.38	8.83	298
18	1.75	0.97	0.10	0.12	2.87	342	63	5.20	0.45	0.35	0.38	8.93	297
19	1.85	0.97	0.10	0.12	3.03	341	64	5.25	0.43	0.35	0.38	9.03	296
20	1.95	0.95	0.12	0.13	3.18	340	65	5.30	0.42	0.37	0.40	9.13	295
21	−2.03+	0.95 l	0.12	0.13	+3.33−	339	66	−5.33+	0.40 l	0.37	0.40	+9.23−	294
22	2.13	0.95	0.12	0.13	3.50	338	67	5.38	0.38	0.37	0.40	9.33	293
23	2.22	0.93	0.13	0.15	3.65	337	68	5.43	0.35	0.38	0.42	9.43	292
24	2.30	0.93	0.13	0.15	3.80	336	69	5.47	0.33	0.38	0.42	9.52	291
25	2.40	0.92	0.13	0.15	3.95	335	70	5.52	0.32	0.38	0.42	9.60	290
26	−2.50+	0.92 l	0.15	0.17	+4.10−	334	71	−5.55+	0.30 l	0.40	0.43	+9.68−	289
27	2.58	0.90	0.15	0.17	4.25	333	72	5.58	0.28	0.40	0.43	9.77	288
28	2.68	0.90	0.15	0.17	4.40	332	73	5.62	0.27	0.40	0.43	9.85	287
29	2.77	0.88	0.17	0.18	4.55	331	74	5.65	0.25	0.42	0.45	9.93	286
30	2.85	0.88	0.17	0.18	4.70	330	75	5.68	0.23	0.42	0.45	10.00	285
31	−2.93+	0.87 l	0.17	0.18	+4.85−	329	76	−5.72+	0.22 l	0.42	0.45	+10.08−	284
32	3.02	0.85	0.18	0.20	5.00	328	77	5.75	0.20	0.42	0.47	10.15	283
33	3.10	0.85	0.18	0.20	5.13	327	78	5.77	0.18	0.43	0.47	10.22	282
34	3.18	0.83	0.18	0.20	5.28	326	79	5.80	0.17	0.43	0.47	10.28	281
35	3.28	0.83	0.20	0.22	5.43	325	80	5.82	0.15	0.43	0.48	10.35	280
36	−3.35+	0.82 l	0.20	0.22	+5.57−	324	81	−5.83+	0.13 l	0.43	0.48	+10.42−	279
37	3.43*	0.82	0.20	0.22	5.72	323	82	5.85	0.12	0.43	0.48	10.48	278
38	3.52	0.80	0.22	0.23	5.87	322	83	5.87	0.10	0.43	0.48	10.53	277
39	3.60	0.78	0.22	0.23	6.00	321	84	5.88	0.08	0.45	0.50	10.58	276
40	3.68	0.78	0.22	0.23	6.15	320	85	5.90	0.07	0.45	0.50	10.63	275
41	−3.75+	0.77 l	0.23	0.25	+6.28−	319	86	−5.92+	0.05 l	0.45	0.50	+10.68−	274
42	3.82	0.77	0.23	0.25	6.42	318	87	5.92	0.03	0.45	0.50	10.73	273
43	3.90	0.75	0.23	0.25	6.55	317	88	5.93	0.02 l	0.45	0.50	10.78	272
44	3.98	0.73	0.25	0.27	6.68	316	89	5.93	0.02 p	0.45	0.50	10.82	271
45	−4.05+	0.72	0.25	0.27	+6.82−	315	90	−5.95+	0.03 p	0.45	0.50	+10.85−	270

Tafel XI. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	− 5°.95 +	0.05 p	0°.45	0°.52	+ 10°.88 −	269	136	− 4°.30 +	0.73 p	0°.43	0°.50	+ 8°.78 −	224
92	5.95	0.07	0.47	0.52	10.92	268	137	4.22	0.75	0.43	0.50	8.65	223
93	5.95	0.08	0.47	0.52	10.95	267	138	4.13	0.77	0.43	0.48	8.52	222
94	5.95	0.08	0.47	0.52	10.98	266	139	4.07	0.77	0.42	0.48	8.37	221
95	5.95	0.10	0.47	0.52	11.00	265	140	3.98	0.78	0.42	0.47	8.22	220
96	− 5.95 +	0.12 p	0.47	0.52	+ 11.02 −	264	141	− 3.90 +	0.78 p	0.42	0.47	+ 8.07 −	219
97	5.93	0.13	0.47	0.52	11.03	263	142	3.82	0.80	0.40	0.45	7.92	218
98	5.93	0.15	0.47	0.53	11.03	262	143	3.73	0.80	0.40	0.45	7.75	217
99	5.92	0.17	0.48	0.53	11.05	261	144	3.63	0.82	0.40	0.43	7.60	216
100	5.92	0.18	0.48	0.53	11.05	260	145	3.55	0.82	0.38	0.43	7.43	215
101	− 5.90 +	0.20 p	0.48	0.53	+ 11.05 −	259	146	− 3.47 +	0.83 p	0.38	0.42	+ 7.27 −	214
102	5.88	0.22	0.48	0.53	11.05	258	147	3.37	0.83	0.38	0.40	7.10	213
103	5.87	0.23	0.48	0.53	11.03	257	148	3.28	0.85	0.37	0.40	6.92	212
104	5.85	0.25	0.48	0.53	11.03	256	149	3.20	0.85	0.37	0.38	6.75	211
105	5.82	0.27	0.48	0.53	11.03	255	150	3.10	0.87	0.35	0.37	6.57	210
106	− 5.80 +	0.28 p	0.48	0.53	+ 11.02 −	254	151	− 3.02 +	0.87 p	0.35	0.37	+ 6.38 −	209
107	5.77	0.30	0.50	0.55	11.00	253	152	2.92	0.88	0.33	0.35	6.20	208
108	5.73	0.32	0.50	0.55	10.98	252	153	2.82	0.88	0.32	0.33	6.00	207
109	5.72	0.33	0.50	0.55	10.95	251	154	2.73	0.88	0.32	0.33	5.80	206
110	5.68	0.35	0.50	0.55	10.92	250	155	2.63	0.90	0.30	0.32	5.60	205
111	− 5.65 +	0.37 p	0.50	0.55	+ 10.88 −	249	156	− 2.53 +	0.90 p	0.28	0.30	+ 5.40 −	204
112	5.62	0.37	0.50	0.55	10.85	248	157	2.43	0.92	0.28	0.30	5.20	203
113	5.58	0.38	0.50	0.55	10.80	247	158	2.33	0.92	0.27	0.28	5.00	202
114	5.55	0.40	0.50	0.55	10.75	246	159	2.23	0.93	0.25	0.27	4.78	201
115	5.52	0.42	0.50	0.55	10.70	245	160	2.13	0.93	0.25	0.27	4.58	200
116	− 5.48 +	0.43 p	0.50	0.55	+ 10.65 −	244	161	− 2.03 +	0.95 p	0.23	0.25	+ 4.37 −	199
117	5.45	0.45	0.50	0.55	10.58	243	162	1.93	0.95	0.22	0.23	4.15	198
118	5.42	0.47	0.50	0.55	10.52	242	163	1.83	0.95	0.22	0.23	3.93	197
119	5.37	0.48	0.48	0.55	10.45	241	164	1.72	0.97	0.20	0.22	3.70	196
120	5.32	0.50	0.48	0.55	10.38	240	165	1.62	0.97	0.18	0.20	3.48	195
121	− 5.27 +	0.52 p	0.48	0.53	+ 10.32 −	239	166	− 1.50 +	0.97 p	0.18	0.20	+ 3.27 −	194
122	5.22	0.53	0.48	0.53	10.25	238	167	1.40	0.98	0.17	0.18	3.05	193
123	5.17	0.55	0.48	0.53	10.17	237	168	1.30	0.98	0.15	0.17	3.82	192
124	5.10	0.57	0.48	0.53	10.08	236	169	1.20	0.98	0.15	0.17	2.58	191
125	5.05	0.58	0.48	0.53	10.00	235	170	1.08	0.98	0.13	0.15	2.35	190
126	− 4.98 +	0.60 p	0.48	0.53	+ 9.90 −	234	171	− 0.98 +	1.00 p	0.12	0.13	+ 2.12 −	189
127	4.92	0.62	0.47	0.53	9.80	233	172	0.87	1.00	0.12	0.12	1.88	188
128	4.85	0.63	0.47	0.52	9.70	232	173	0.77	1.00	0.10	0.12	1.65	187
129	4.78	0.65	0.47	0.52	9.60	231	174	0.65	1.00	0.08	0.10	1.42	186
130	4.72	0.67	0.47	0.52	9.50	230	175	0.55	1.00	0.08	0.08	1.18	185
131	− 4.65 +	0.68 p	0.47	0.52	+ 9.40* −	229	176	− 0.45 +	1.00 p	0.07	0.07	+ 0.95 −	184
132	4.58	0.68	0.47	0.52	9.28*	228	177	0.33	1.00	0.05	0.05	0.72	183
133	4.52	0.70	0.45	0.52	9.17	227	178	0.23	1.00	0.03	0.03	0.48	182
134	4.45	0.72	0.45	0.50	9.03	226	179	0.12	1.00	0.02	0.02	0.25	181
135	− 4.37 +	0.72 p	0.45*	0.50	+ 8.90 −	225	180	− 0.00 +	1.00 p	0.00	0.00	+ 0.00 −	180

Tafel XII. Ungleichheiten des Saturn.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	Divers. diam. $p.$	Aequatio argumenti y_0	
1	$-0^{\circ}.12+$	1.00 l	$0^{\circ}.00$	$0^{\circ}.00$	$+0^{\circ}.10-$	359
2	0.23	1.00	0.02	0.02	0.20	358
3	0.33	1.00	0.02	0.02	0.30	357
4	0.45	1.00	0.02	0.02	0.40	356
5	0.55	1.00	0.03	0.03	0.50	355
6	$-0.67+$	1.00 l	0.03	0.03	$+0.60-$	354
7	0.77	1.00	0.03	0.03	0.70	353
8	0.87	1.00	0.05	0.05	0.80	352
9	0.97	0.98	0.05	0.05	0.90	351
10	1.08	0.98	0.05	0.05	1.00	350
11	$-1.18+$	0.98 l	0.07	0.07	$+1.10-$	349
12	1.28	0.98	0.07	0.07	1.18	348
13	1.40	0.97	0.07	0.08	1.28	347
14	1.50	0.97	0.07	0.08	1.38*	346
15	1.60	0.97	0.08	0.10	1.47	345
16	$-1.72+$	0.95 l	0.08	0.10	$+1.57-$	344
17	1.82	0.95	0.08	0.12	1.67	343
18	1.92	0.93	0.08	0.12	1.75	342
19	2.02	0.93	0.10	0.13	1.85	341
20	2.12	0.93	0.10	0.13	1.95	340
21	$-2.22+$	0.92 l	0.10	0.13	$+2.03-$	339
22	2.32	0.92	0.10	0.15	2.13	338
23	2.42	0.90	0.12	0.15	2.22	337
24	2.52	0.90	0.12	0.15	2.30	336
25	2.62	0.88	0.12	0.17	2.40	335
26	$-2.72+$	0.88 l	0.12	0.17	$+2.48-$	334
27	2.82	0.87	0.13	0.17	2.57	333
28	2.92	0.87	0.13	0.18	2.67	332
29	3.02	0.85	0.13	0.18	2.75	331
30	3.10	0.85	0.13	0.18	2.83	330
31	$-3.20+$	0.83 l	0.15	0.20	$+2.92-$	329
32	3.30	0.83	0.15	0.20	3.00	328
33	3.38	0.82	0.15	0.20	3.08	327
34	3.48	0.82	0.15	0.20	3.17	326
35	3.57	0.80	0.15	0.22	3.25	325
36	$-3.65+$	0.80 l	0.17	0.22	$+3.33-$	324
37	3.75	0.78	0.17	0.22	3.42	323
38	3.83	0.77	0.17	0.23	3.50	322
39	3.92	0.77	0.17	0.23	3.58	321
40	4.00	0.75	0.17	0.23	3.67	320
41	$-4.08+$	0.75 l	0.18	0.25	$+3.75-$	319
42	4.17	0.73	0.18	0.25	3.82	318
43	4.25	0.73	0.18	0.25	3.90	317
44	4.33	0.72	0.18	0.27	3.98	316
45	$-4.42+$	0.70	0.18	0.27	$+4.05-$	315

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	Divers. diam. $p.$	Aequatio argumenti y_0	
46	$-4^{\circ}.50+$	0.70 l	$0^{\circ}.20$	$0^{\circ}.27$	$+4^{\circ}.13-$	314
47	4.58	0.68	0.20	0.28	4.22	313
48	4.65	0.67	0.20	0.28	4.28	312
49	4.73	0.67	0.20	0.28	4.37	311
50	4.80	0.65	0.22	0.30	4.43	310
51	$-4.87+$	0.63 l	0.22	0.30	$+4.50-$	309
52	4.93	0.62	0.22	0.30	4.57	308
53	5.02	0.60	0.23	0.32	4.63	307
54	5.08	0.58	0.23	0.32	4.70	306
55	5.15	0.57	0.23	0.32	4.77	305
56	$-5.22+$	0.55 l	0.23	0.32	$+4.83-$	304
57	5.28	0.55	0.25	0.32	4.88	303
58	5.35	0.53	0.25	0.32	5.95	302
59	5.42	0.52	0.25	0.33	5.02	301
60	5.48	0.50	0.25	0.33	5.07	300
61	$-5.55+$	0.48 l	0.27	0.33	$+5.13-$	299
62	5.62	0.47	0.27	0.33	5.20	298
63	5.68	0.45	0.27	0.33	5.25	297
64	5.73	0.43	0.27	0.33	5.32	296
65	5.78	0.42	0.27	0.33	5.37	295
66	$-5.83+$	0.40 l	0.28	0.33	$+5.42-$	294
67	5.88	0.38	0.28	0.35	5.47	293
68	5.93	0.37	0.28	0.35	5.52	292
69	5.98	0.35	0.28	0.35	5.57	291
70	6.03	0.33	0.28	0.35	5.62	290
71	$-6.08+$	0.32 l	0.28	0.35	$+5.67-$	289
72	6.12	0.30	0.30	0.35	5.70	288
73	6.15	0.27	0.30	0.35	5.75	287
74	6.20	0.25	0.30	0.35	5.78	286
75	6.23	0.23	0.30	0.35	5.82	285
76	$-6.27+$	0.22 l	0.30	0.35	$+5.85-$	284
77	6.30	0.20	0.30	0.35	5.88	283
78	6.32	0.18	0.30	0.35	5.92	282
79	6.35	0.15	0.30	0.37	5.95	281
80	6.37	0.13	0.30	0.37	5.98	280
81	$-6.38+$	0.12 l	0.30	0.37	$+6.00-$	279
82	6.42	0.10	0.30	0.37	6.03	278
83	6.43	0.08	0.32	0.37	6.07	277
84	6.45	0.07	0.32	0.37	6.08	276
85	6.47	0.05	0.32	0.37	6.12	275
86	$-6.47+$	0.03 l	0.32	0.37	$+6.13-$	274
87	6.48	0.02 l	0.32	0.38	6.15	273
88	6.50	0.02 p	0.32	0.38	6.17	272
89	6.50	0.03	0.32	0.38	6.18	271
90	$-6.52+$	0.05 p	0.32	0.38	$+6.18-$	270

Tafel XII. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$	$p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	−6°.52+	0.07 p	0°.32	0°.38	+6°.20−	269	136	−4°.72+	0.70 p	0°.27	0°.32	+4°.68−	224
92	6.52	0.08	0.33	0.38	6.20	268	137	4.63	0.72	0 27	0.32	4.60	223
93	6.52	0.10	0.33	0.38	6.20	267	138	4.55	0.73	0.27	0.30	4.52	222
94	6.52	0.12	0.33	0.40	6.22	266	139	4.47	0.73	0.25	0.30	4.43	221
95	6.50	0.13	0.33	0.40	6.22	265	140	4.38	0.75	0.25	0.30	4.35	220
96	−6.50+	0.15 p	0.33	0.40	+6.22−	264	141	−4.28+	0.77 p	0.25	0.28	+4.27−	219
97	6.48	0.17	0.33	0.40	6.22	263	142	4.20	0.77	0.25	0.28	4.18	218
98	6.48	0.18	0.33	0.40	6.22	262	143	4.10	0.78	0.23	0.28	4.10	217
99	6.47	0.20	0.33	0.40	6.22	261	144	4.00	0.80	0.23	0.27	4.00	216
100	6.47	0.22	0.35	0.40	6.22	260	145	3.90	0.82	0.23	0.27	3.92	215
101	−6.45+	0.23 p	0.35	0.40	+6.20−	259	146	−3.80+	0.82 p	0.22	0.27	+3.82−	214
102	6.43	0.25	0.35	0.42	6.20	258	147	3.70	0.83	0.22	0.25	3.72	213
103	6.42	0.25	0.35	0.42	6.18	257	148	3.60	0.83	0.22	0.25	3.62	212
104	6.40	0.27	0.35	0.42	6.17	256	149	3.50	0.85	0.20	0.23	3.52	211
105	6.37	0.28	0.35	0.42	6.15	255	150	3.40	0.85	0.20	0.23	3.42	210
106	−6.35+	0.30 p	0.35	0.42	+6.13−	254	151	−3.30+	0.87 p	0.20	0.22	+3.32−	209
107	6.32	0.32	0.35	0.42	6.12	253	152	3.20	0.88	0.18	0.22	3.22	208
108	6.28	0.33	0.33	0.42	6.08	252	153	3.10	0.88	0.18	0.22	3.12	207
109	6.27	0.33	0.33	0.42	6.07	251	154	2.98	0.90	0.18	0.20	3.02	206
110	6.23	0.35	0.33	0.42	6.03	250	155	2.87	0.90	0.17	0.20	2.90	205
111	−6.20+	0.37 p	0.33	0.42	+6.00−	249	156	−2.77+	0.92 p	0.17	0.20	+2.80−	204
112	6.17	0.38	0.33	0.40	5.98	248	157	2.67	0.92	0.15	0.18	2.70	203
113	6.13	0.40	0.32	0.40	5.95	247	158	2.57	0.93	0.15	0.18	2.60	202
114	6.10	0.42	0.32	0.40	5.92	246	159	2.45	0.93	0.13	0.18	2.48	201
115	6.07	0.43	0.32	0.40	5.88	245	160	2.35	0.95	0.13	0.17	2.38	200
116	−6.02+	0.43 p	0.32	0.40	+5.85−	244	161	−2.23+	0.95 p	0.12	0.17	+2.27−	199
117	5.97	0.45	0.32	0.40	5.80	243	162	2.12	0.95	0.12	0.17	2.15	198
118	5.92	0.47	0.32	0.40	5.77	242	163	2.00	0.97	0.10	0.15	2.03	197
119	5.87	0.48	0.32	0.38	5.72	241	164	1.88	0.97	0.10	0.15	1.92	196
120	5.82	0.50	0.32	0.38	5.68	240	165	1.77	0.97	0.10	0.13	1.80	195
121	−5.77+	0.50 p	0.32	0.38	+5.62−	239	166	−1.65+	0.98 p	0.08	0.13	+1.68−	194
122	5.72	0.52	0.32	0.38	5.57	238	167	1.53	0.98	0.08	0.12	1.57	193
123	5.67	0.53	0.32	0.38	5.52	237	168	1.42	0.98	0.08	0.12	1.45	192
124	5.60	0.55	0.32	0.38	5.47	236	169	1.30	0.98	0.08	0.10	1.33	191
125	5.53	0.55	0.30	0.37	5.40	235	170	1.18	1.00	0.07	0.10	1.22	190
126	−5.47+	0.57 p	0.30	0.37	+5.35−	234	171	−1.07+	1.00 p	0.07	0.08	+ 1.10−	189
127	5.40	0.58	0.30	0.37	5.30	233	172	0.95	1.00	0.07	0.08	0.98	188
128	5.33	0.60	0.30	0.35	5.23	232	173	0.83	1.00	0.05	0.07	0 87	187
129	5.27	0.62	0.30	0.35	5.17	231	174	0.72	1.00	0.05	0.07	0.75	186
130	5.20	0.62	0.28	0.35	5.10	230	175	0.60	1.00	0.05	0.05	0 63	185
131	−5.13+	0.63 p	0.28	0.35	+5.03−	229	176	−0.48+	1.00 p	0.03	0.05	+0.52−	184
132	5.05	0.65	0.28	0.33	4.97	228	177	0.37	1.00	0.03	0.03	0.38	183
133	4.97	0.67	0.28	0.33	4.90	227	178	0.25	1.00	0.02	0.03	0.27	182
134	4.88	0.68	0.28	0.33	4.83	226	179	0.13	1.00	0.02	0.02	0.13	181
135	−4.80+	0.70 p	0.27	0.32	+4.75−	225	180	−0.00+	1.00 p	0.00	0.00	+0.00−	180

Tafel XIII.

Bewegung des Mondknotens in Jahren.

Jahre	m. m. ☊☽	Jahre	m. m. ☊☽
1250.0	129°.51	1	19°.33
1270	156.84	2	38.66
1290	183.17	3	58.04
1310	210.00	4	77.37
1330	236.83		
		5	96.69
1350.0	263.66	6	116.02
1370	290.49	7	135.40
1390	317.32	8	154.73
1410	344.15		
1430	10.99	9	174.06
		10	193.39
1450.0	37.82	11	212.77
1470	64.65	12	232.10
1490	91.48		
1510	118.31	13	251.48
1530	145.14	14	270.76
		15	290.14
1550.0	171.97	16	309.46
1570	198.80		
1590	225.68	17	328.79
1610	252.46	18	348.12
1630	279.29	19	7.50
		20	26.83
1650.0	306.13		

Tafel XIV.

Bewegung des Mondknotens in Tagen.

Tage	m. m. ☊☽	Tage	m. m. ☊☽
1	0°.05	20	1°.06
2	0.11	30	1.59
3	0.16	40	2.12
4	0.21	50	2.65
5	9.27	60	3.18
6	0.32	70	3.71
7	0.37	80	4.24
8	0.42	90	4.77
9	0.48	100	5.30
10	0.53	200	10.59
		300	15.89

Tafel XV. Breite des Mondes.

Arg.	Breite	Arg.	Arg.	Breite	Arg.
1 179	+ 0°.087 —	181 359	46 134	+ 3°.595 —	226 31
2 178	0.174	182 358	47 133	3.655	227 31
3 177	0.261	183 357	48 132	3.714	228 31
4 176	0.348	184 356	49 131	3.771	229 31
5 175	0.435	185 355	50 130	3.828	230 31
6 174	+ 0.522 —	186 354	51 129	+ 3.883 —	231 30
7 173	0.609	187 353	52 128	3.938	232 30
8 172	0.695	188 352	28 127	3.991	233 30
9 171	0.781	189 351	54 126	4.044	234 30
10 170	0.867	190 350	55 125	4.094	235 30
11 169	+ 0.953 —	191 349	56 124	+ 4.144 —	236 30
12 168	1.038	192 348	57 123	4.193	237 30
13 167	1.123	193 347	58 122	4.239	238 30
14 166	1.208	194 346	59 121	4.285	239 30
15 165	1.293	195 345	60 120	4.330	240 30
16 164	+ 1.376 —	196 344	61 119	+ 4.373 —	241 29
17 163	1.459	197 343	62 118	4.414	242 29
18 162	1.542	198 342	63 117	4.454	243 29
19 161	1.625	199 341	64 116	4.493	244 29
20 160	1.708	200 340	65 115	4.530	245 29
21 159	+ 1.790 —	201 339	66 114	+ 4.566 —	246 29
22 158	1.871	202 338	67 113	4.601	247 29
23 157	1.952	203 337	68 112	4.634	248 29
24 156	2.032	204 336	69 111	4.667	249 29
25 155	2.111	205 335	70 110	4.698	250 29
26 154	+ 2.189 —	206 334	71 109	+ 4.727 —	251 28
27 153	2.267	207 333	72 108	4.755	252 28
28 152	2.344	208 332	73 107	4.781	253 28
29 151	2.421	209 331	74 106	4.806	254 28
30 150	2.498	210 330	75 105	4.829	255 28
31 149	+ 2.573 —	211 329	76 104	+ 4.851 —	256 28
32 148	2.648	212 328	77 103	4.871	257 28
33 147	2.733	213 327	78 102	4.890	258 28
34 146	2.794	214 326	79 101	4.908	259 28
35 145	2.866	215 325	80 100	4.924	260 28
36 144	+ 2.936 —	216 324	81 99	+ 4.941 —	261 27
37 143	3.006	217 323	82 98	4.951	262 27
38 142	3.075	218 322	83 97	4.963	263 27
39 141	3.143	219 321	84 96	4.973	264 27
40 140	3.211	220 320	85 95	4.981	265 27
41 139	+ 3.278	221 319	86 94	+ 4.988 —	266 27
42 138	3.343	222 318	87 93	4.993	267 27
43 137	3.407	223 317	88 92	4.997	268 27
44 136	3.471	224 316	89 91	4.999	269 27
45 135	+ 3.533 —	225 315	90 90	+ 5.000 —	270 27

Tafel XVI. Breiten der Planeten ♀ ☿ ♂ ♃ ♄.

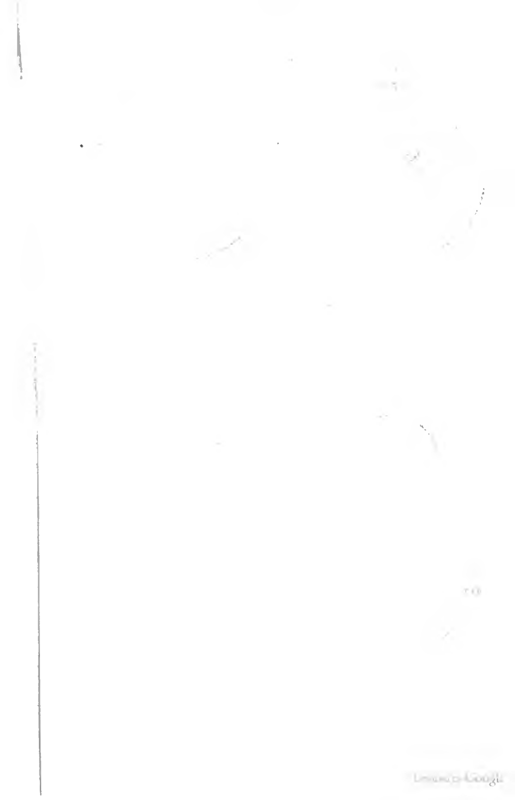
	Min. prop.	Venus		Merkur		Mars		Jupiter		Saturn		
		D	*R*	*D*	R_0	+	−	+	−	+	−	
6	0.99	1.°03	0.°13	1.°75	0.°18	0.°12	0.°05	1.°12	1.°08	2.°07	2.°03	354
12	0.98	1.02	0.27	1.73	0.37	0.15	0.07	1.13	1.10	2.08	2.05	348
18	0.95	1.00	0.40	1.72	0.55	0.18	0.08	1.13	1.10	2.10	2.07	342
24	0.91	0.98	0.55	1.67	0.73	0.22	0.10	1.15	1.12	2.12	2.08	336
30	0.87	0.95	0.68	1.60	0.92	0.23	0.12	1.17	1.13	2.13	2.10	330
36	0.81	0.92	0.82	1.50	1.10	0.27	0.15	1.18	1.15	2.17	2.12	324
42	0.74	0.85	0.95	1.40	1.28	0.30	0.20	1.20	1.17	2.18	2.13	318
48	0.67	0.77	1.08	1.27	1.45	0.35	0.25	1.22	1.18	2.20	2.17	312
54	0.59	0.68	1.22	1.13	1.58	0.40	0.30	1.23	1.22	2.23	2.22	306
60	0.50	0.60	1.33	0.98	1.73	0.47	0.37	1.27	1.27	2.27	2.25	300
66	0.41	0.48	1.47	0.82	1.85	0.53	0.43	1.30	1.30	2.30	2.30	294
72	0.31	0.38	1.58	0.63	2.00	0.60	0.50	1.35	1.35	2.33	2.35	288
78	0.21	0.27	1.72	0.43	2.12	0.68	0.60	1.40	1.40	2.40	2.40	282
84	0.11	0.13	1.83	0.27	2.23	0.77	0.70	1.45	1.45	2.43	2.45	276
90	0.00	0.00	1.95	0.00	2.33	0.87	0.82	1.50	1.50	2.50	2.50	270
96	0.11	0.17	2.05	0.25	2.45	0.98	0.93	1.55	1.55	2.57	2.55	264
102	0.21	0.33	2.15	0.52	2.47	1.10	1.07	1.60	1.60	2.60	2.60	258
108	0.31	0.53	2.25	0.80	2.48	1.23	1.22	1.65	1.65	2.65	2.65	252
114	0.41	0.75	2.33	1.10	2.50	1.38	1.40	1.70	1.70	2.70	2.70	246
120	0.50	0.98	2.42	1.42	2.48	1.57	1.62	1.75	1.75	2.75	2.75	240
126	0.59	1.22	2.47	1.75	2.43	1.78	1.85	1.80	1.80	2.78	2.80	234
132	0.67	1.63	2.50	2.10	2.33	2.02	2.17	1.85	1.85	2.83	2.85	228
138	0.74	1.95	2.50	2.43	2.18	2.27	2.55	1.90	1.90	2.88	2.90	222
144	0.81	2.38	2.47	2.78	2.00	2.57	2.93	1.95	1.95	2.92	2.92	216
150	0.87	3.05	2.37	3.12	1.75	2.92	3.48	2.00	2.00	2.95	2.97	210
156	0.91	3.72	2.20	3.43	1.48	3.30	4.15	2.05	2.05	2.98	3.00	204
162	0.95	4.43	1.92	3.70	1.17	3.65	4.92	2.08	2.08	3.00*	3.03	198
168	0.98	5.40	1.45	3.90	0.80	4.00	5.72	2.10	2.10	3.02	3.05	192
174	0.99	6.40	0.80	4.03	0.47	4.23	6.43	2.12	2.12	3.03	3.07	186
180	1.00	7.20	0.00	4.08	0.00	4.35	7.50	2.13	2.13	3.03	3.08	180

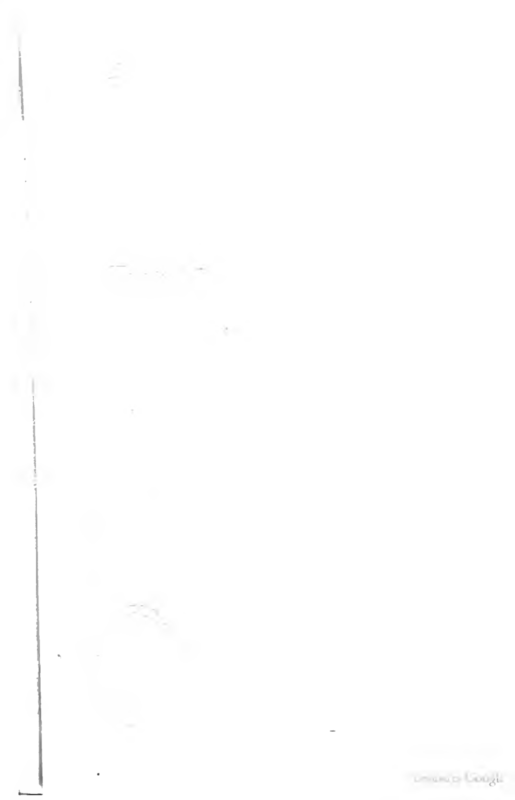
Lebenslauf.

Ich, Alfred Lothar Wegener, evangelischer Confession, bin am 1. November 1880 zu Berlin als Sohn des Predigers und Direktors des Schindlerschen Waisenhauses Dr. Richard Wegener geboren. Ich genoss den Unterricht des Köllnischen Gymnasiums zu Berlin, welches ich Michaelis 1899 mit dem Zeugnis der Reife verliess, um mich an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften, insbesondere der Astronomie zu widmen. Abgesehen von dem Sommer-Semester 1900, in welchem ich Vorlesungen an der Ruprecht-Karls-Universität zu Heidelberg, und dem Sommersemester 1901, in dem ich solche an der Innsbrucker Universität hörte, verblieb ich auch in der Folgezeit an der Berliner Universität, absolvierte von Michaelis 1901 bis Michaelis 1902 meine Dienstpflicht als Einjährig-Freiwilliger beim Königin Elisabeth Garde-Grenadier-Regiment No. 3 zu Westend und hatte von Michaelis 1902 bis Michaelis 1903 die Stelle eines Astronomen an der Sternwarte der Gesellschaft Urania inne. Die Promotionsprüfung bestand ich am 24. November 1904. In den 10 Semestern von Michaelis 1899 bis Michaelis 1904 hörte ich die Vorlesungen folgender Herren:

Bauschinger, v. Bezold, Blaas, Cathrein, Dilthey, Eggert, Fischer, Förster, Frobenius, Fuchs, Heinricher, Helmert, Knoblauch, Königsberger, Markuse, Paulsen, Planck, Quincke, Scheiner, Schwarz, Stumpf, Valentiner, Warburg, Wolf.

Von meinem siebenten Semester ab wohnte ich den Seminarübungen der Herren Professoren Bauschinger und Förster bei, welchen ich mich für ihre oft erteilten gütigen Ratschläge zu besonderem Danke verpflichtet fühle.





C005403610